



Analyse et modélisation de l'activité électrique du coeur dans le cas de pathologies ventriculaires

Balkine Khaddoumi

► To cite this version:

Balkine Khaddoumi. Analyse et modélisation de l'activité électrique du coeur dans le cas de pathologies ventriculaires. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Nice Sophia Antipolis, 2005. Français. NNT : . tel-00192273

HAL Id: tel-00192273

<https://theses.hal.science/tel-00192273>

Submitted on 27 Nov 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE DE NICE-SOPHIA ANTIPOLIS - UFR Sciences
Ecole Doctorale Des Sciences & Technologies
de l'Information et de la Communication

THESE

pour obtenir le titre de
DOCTEUR EN SCIENCES
Discipline : Automatique et Traitement de Signal et des Images

présentée et soutenue par
Balkine KHADDOUMI

ANALYSE ET MODELISATION
D'ELECTROCARDIOGRAMMES DANS LE CAS DE
PATHOLOGIES VENTRICULAIRES

Thèse dirigée par Hervé RIX
soutenue le 10 juin 2005

Jury :

M. Gérard FAVIER	Président
Directeur de recherche CNRS Nice-Sophia Antipolis	
M. Alain BARDOU	Rapporteur
Directeur de recherche INSERM Rennes	
M. Leif SÖRNMO	Rapporteur
Professeur à l'Université de Lund (Suède)	
Melle Florence RAYBAUD	Examineur
Praticien Hospitalier CHU de Nice	
M. Hervé RIX	Directeur
Professeur à l'Université de Nice-Sophia Antipolis	
M. Olivier MESTE	Co-encadreur
Maître de Conférences à l'Université de Nice-Sophia Antipolis	

Résumé

Le travail s'inscrit dans l'analyse des troubles du rythme cardiaque, et plus particulièrement ceux issus de dysfonctionnements des ventricules. Deux problèmes ont été abordés qui demandent des méthodes spécifiques en traitement du signal. Le premier concerne l'étude d'épisodes de Fibrillation Ventriculaire (VF) obtenus chez l'homme par des enregistrements endocavitaires indiqués par l'implantation de défibrillateurs (au Service de Cardiologie du CHU de Nice). Le processus générant la FV n'étant pas encore clairement identifié, deux hypothèses ont été proposées : signal modélisé par un fondamental et des harmoniques stables ou dépendant du temps. On montre que l'on peut mettre en évidence sur des épisodes courts (5 à 15 secondes) des fluctuations significatives du fondamental grâce à des algorithmes adaptatifs ou évolutifs. Un résultat pratique, établi pour la première fois chez l'homme, est la corrélation entre le fondamental de l'épisode de FV et la période réfractaire que mesure le médecin pour différentes fréquences de stimulation. Le second problème concerne des enregistrements de l'ECG haute résolution à l'aide d'un système à 64 électrodes, en collaboration avec l'Institut de Biocybernétique de Varsovie. L'idée originale est de proposer une mesure de la dispersion spatiale des formes des ondes ECG. On montre la pertinence de l'information apportée par cette mesure en comparant un groupe de sujets ayant eu un infarctus du myocarde avec un groupe témoin sain. La mesure de la dispersion est calculée, pour chaque colonne d'électrodes, à partir des différences de forme entre chaque signal et un signal de référence. Pour cette référence, nous proposons un signal de forme moyenne obtenu par une technique de moyennage invariante par translation et changement d'échelle : Integral Shape Averaging, (ISA). On peut attribuer à cette référence une position moyenne sur le thorax permettant de définir « un chemin moyen ». Un résultat intéressant observé sur les signaux réels utilisés est que ce chemin est un invariant, indépendant du type d'onde ECG ainsi que du sujet sain ou pathologique. Les retombées pratiques de ce travail se trouvent dans l'aide au diagnostic et la modélisation de l'électrophysiologie cardiaque. On peut citer comme perspectives immédiates : (i) Concernant le premier problème, on prévoit une amélioration de la technique de défibrillation (instant du choc et intensité) ainsi qu'une analyse plus fine de l'évolution des fréquences dans le cas où des épisodes de FV plus longs peuvent être enregistrés (chez l'animal). Les mêmes algorithmes pourraient être appliqués à des épisodes de fibrillation auriculaire et comparés aux résultats de la littérature. (ii) Pour le deuxième problème, l'étude de la dispersion spatiale des formes d'onde devrait être étendue à des populations ayant eu des fibrillations auriculaires. On peut aussi envisager une étude simultanée de la dispersion des formes (QRS ou T) et de la corrélation de la fréquence fondamentale observée dans un épisode de FV avec la période réfractaire.

Abstract

This work is situated in the analysis of the arrhythmia rhythm disorders of the heart, and more particularly of those resulting from problems of the ventricles. Two problems were tackled which require specific methods in signal processing. The first relates to the study of episodes of Ventricular Fibrillation (VF) obtained from human beings with endocardial recordings indicated when implantable defibrillation are tested in the department of Cardiology of the university hospital (CHU) of Nice. The process generating the VF not being yet clearly identified, two assumptions were proposed: signal modelled by fundamental and harmonics either stable or time dependant. It is shown that we can highlight using short episodes (5 to 15 seconds) significant fluctuations of the pitch thanks to adaptive or evolutionary algorithms. A practical result, found for the first time in human subjects, is the correlation between the pitch of the episode of VF and the refractory period given by physician for various frequencies of stimulation. The second problem relates to recordings of the ECG high resolution using a system with 64 electrodes (Body Surface Potential Mapping: BSPM), in collaboration with the Institute of Biocybernetic of Warsaw. The original idea is to put forward a measure of the spatial dispersion of ECG wave shapes. We show the relevance of the information brought by this measurement by comparing a group of subjects having had a myocardial infarction with a healthy reference group. The measurement of dispersion is calculated, for each column of electrodes, starting from the differences in shape between each signal and a signal of reference. For this reference, we propose an averaged signal obtained by a technique of averaging, invariant by translation and scaling: Integral Shape Averaging, (ISA). We can allot to this reference an average position on the thorax allowing to define “an average path”. An interesting result observed on the real signals is that this path is an invariant, i.e., independent of the subject and the ECG wave. The practical repercussions of this work are in diagnosis assistance and the modeling of cardiac electrophysiology. One can quote as immediate prospects: (i) Concerning the first problem, the improvement of the technique of defibrillation (moment of the shock and intensity) as well as a finer analysis of the frequency variation if episodes of longer VF can be recorded (in animals). The same algorithms could be applied to episodes of auricular fibrillation and compared with the results of the literature. (ii) For the second problem, the study of the spatial dispersion of the ECG waveforms should be extended to populations having had auricular fibrillations. One can also consider a simultaneous study of the spatial dispersion of the forms (QRS or T) and the correlation between the pitch observed in an episode of VF and the refractory period.

Table des matières

Chapitre 1 : Anatomie du cœur

1.1 Introduction	8
1.2 Anatomie du cœur.....	8
1.3 Fréquence cardiaque.....	11
1.4 Les relations entre les phénomènes électriques et les phénomènes mécaniques	11
1.5 Le signal électrique cardiaque	12
1.5.1 Définition de l'électrocardiogramme	13
1.5.2 Les dérivations électrocardiographiques	14
1.5.3 Notion vectorielle.....	15
1.6 Excitabilité et périodes réfractaires.....	17
1.7 Les arythmies cardiaques.....	18
1.7.1 Les outils nécessaires pour réaliser un examen médical.....	22

Chapitre 2 : Modélisation et estimation du signal de fibrillation ventriculaire

2.1 Introduction au problème de Fibrillation Ventriculaire :	26
2.2. Le signal de FV.....	28
2.2.1 Description d'un épisode de fibrillation	28
2.2.2 Modèle simplifié du cœur et période réfractaire.....	30
2.3 Modélisation des signaux de FV.....	33
2.3.1 Modèle des signaux sinusoïdaux et harmoniques.....	33
2.3.2 Notion de fréquence instantanée.....	35
2.3.3 Modèle paramétrique.....	38
2.3.4 Estimation des fréquences d'un signal dans le cadre non paramétrique.....	40
2.4 Estimation des paramètres du signal de FV dans le cas stationnaire.....	42
2.4.1 Méthode du Maximum de vraisemblance.....	42
2.4.2 Les méthodes sous espaces.....	45
2.5 Cas d'estimation du fondamental.....	51
2.6 Etude des performances :	53
2.7 Estimation des paramètres du signal de FV dans le Cas non stationnaire	59
2.7.1 Estimation sur des fenêtres glissantes.....	59
2.7.2 Estimation récursive :	64
2.8 Approche évolutive : Estimation en différée	83
2.9 Evaluation des résultats:.....	87

Chapitre 3: Analyse de forme ECG Haute Résolution

3.1 Introduction	93
3.2 Histoire de l'électrocardiographie thoracique :	95
3.3 Acquisition des signaux ECG	96
3.4 Choix d'une référence	98
3.4.1 Référence Globale : Analyse en composantes principales et Transformation en Karhunen Loève	98
3.4.2 Application de la TKL sur les 64 signaux des deux populations :	102
3.4.3 Référence propre à chaque sujet	105
3.5 La dispersion de forme	107
3.5.1 La Méthode des Fonctions de Répartitions (MFR) :	107
3.5.2 La Moyenne de forme ISA	110
3.5.3 Notion de dispersion de forme et analyse de l'électrocardiographie thoracique -Etude intra colonne	113
3.5.4 Notion de dispersion de forme et analyse de l'électrocardiographie thoracique - Etude inter colonne	115
3.5.5 Application de la TKL à l'extraction d'information de la dispersion de forme	123
3.6 Le chemin moyen	128
 Conclusion	 131
Bibliographie	132

Introduction

L'analyse des signaux électrique du cœur a été et continue d'être une voie obligée pour la compréhension de l'électrophysiologie cardiaque ainsi que l'aide au diagnostic. C'est un complément nécessaire à l'imagerie médicale qui permet une bonne résolution spatiale mais souvent un prix de méthodes lourdes d'investigation. Au contraire l'enregistrement de l'activité électrique donne accès à une haute résolution temporelle (couramment en ms). Cet enregistrement peut se faire soit par voie externe, à l'aide d'électrodes posées à la surface du corps, soit par voie interne en introduisant une sonde endocavitaire soit encore, en enregistrant l'activité électrique à la surface du cœur (recueil épicaudique).

Parmi les dysfonctionnements de l'activité électrique cardiaque, entraînant des troubles des rythmes, les plus graves concernant la dépolarisation et la repolarisation ventriculaire. En effet la mort subite est couramment due à une fibrillation ventriculaire ou une tachycardie soutenue. Depuis nombreuses années, la préoccupation majeure de la communauté des cardiologues. En particulier, la détection et la description des potentiels tardifs post QRS ou intra QRS ont mobilisé un nombre de chercheurs (entre 1985 et 1995). De plus c'est la détection de ces micros potentiels liés au QRS qui a été à l'origine de l'essor de l'électrocardiographie numérique.

L'amélioration de la prévention de la mort subite ou d'accidents cardiaques graves, nécessite une analyse non traumatisante, c'est-à-dire à partir des méthodes des signaux de surface. Cette contrainte impose des méthodes de traitement du signal de plus en plus précises et performantes.

Le travail se situe dans le cadre de l'analyse des troubles du rythme cardiaque. Une attention particulière est portée sur les troubles d'origine ventriculaire. Deux approches distinctes ont été étudiées : L'analyse des signaux de fibrillation ventriculaire obtenus en endocavitaire et l'analyse de forme des ondes de surface recueillis à partir d'un système haute résolution à 64 électrodes. Seule la deuxième approche est basée sur une exploration non invasive. En revanche, la première nécessite des enregistrements en interne, mais dans des cas où l'indication est nécessaire lors de la pose de défibrillateur implanté.

L'électrophysiologie du cœur (Chapitre 1), nécessaire pour la compréhension de problèmes étudiés, le chapitre 2 traite de l'analyse et la modélisation d'épisode de fibrillation ventriculaire. Dans le chapitre 3, on propose une méthodologie pour mesurer la dispersion spatiale des formes d'ondes ECG à partir d'enregistrements de surface multicanaux. On montre que ces mesures apportent une information pertinente pour caractériser des patients atteints d'Infarctus de Myocarde d'origines diverses.

Enfin la conclusion permettra de discuter les résultats et de proposer des perspectives à ces études.

Chapitre 1

ANATOMIE DU CŒUR

1.1 Introduction

Le travail proposé dans ce mémoire a pour objectif d'étudier les caractéristiques des signaux biomédicaux, en particulier les signaux d'Electrocardiogramme (ECG), enregistré en interne et à la surface du cœur. Nous exposons dans ce premier chapitre l'anatomie du cœur à fin de comprendre la genèse de ces signaux. En outre, le métabolisme et la commande nerveuse avec les caractéristiques du potentiel et de l'activation électrique y sont décrits

1.2 Anatomie du coeur

Le cœur est un muscle qui se contracte sans cesse, dès les premiers mois de notre conception jusqu'à notre mort. Dans une vie entière, il battra environ 3 milliards de fois. Il a pour fonction de pomper et propulser le sang vers tous les organes de notre corps. Il pompe environ 5 litres de sang à la minute.

Le cœur se compose de deux **ventricules** et de deux **oreillettes** (figure 1.1). Chaque oreillette droite et gauche communique avec le ventricule correspondant. Dans l'oreillette droite (OD) arrivent les deux **veines caves**, la veine cave supérieure (VCS) et les veines caves inférieures (VCI) et dans l'oreillette gauche (OG), les quatre **veines pulmonaires**, les veines pulmonaires gauche (VPG) et les veines pulmonaires droites (VPD) qui amènent le sang au cœur. Le sang est expulsé du ventricule gauche (VG) par l'**aorte** (Ao), et du ventricule droit (VD) par l'**artère pulmonaire** (AP). Les artères, les veines et les capillaires forment les tubes conducteurs ou **vaisseaux**.

Les artères conduisent le sang chargé d'oxygène (O_2) vers les organes. Les veines acheminent le sang chargé de gaz carbonique (CO_2) au cœur. Les capillaires sont des vaisseaux très fins qui établissent le passage du sang des artères aux veines. Chaque oreillette droite et gauche communique avec le ventricule correspondant par des orifices auriculo ventriculaires munis d'un système valvulaire. Celui-ci est composé de 2 valves, à gauche la valve mitrale (VM) et à droite la valve tricuspide (VT). L'artère pulmonaire est pourvu d'un "système anti-reflux" : les trois valvules sigmoïdes pulmonaires (VSP). L'aorte est, elle aussi, pourvue d'un système valvulaire sigmoïde : les valvules sigmoïdes aortiques (VSAo). Ces appareils valvulaires n'autorisent le passage du sang que des oreillettes aux ventricules.

L'oreillette droite reçoit depuis les deux larges veines (VCS) et (VCI) du sang en provenance de tous les organes du corps sauf les poumons. Ce sang appauvri en oxygène passe alors dans le ventricule droit, puis est pompé dans l'artère pulmonaire. L'artère pulmonaire ramène le sang aux poumons où il va se charger de l'oxygène que l'on vient de respirer. Le sang alors enrichi en oxygène va remonter vers l'oreillette gauche à travers les veines pulmonaires puis passe dans le VG où il est expulsé vers le reste du corps à travers l'aorte.

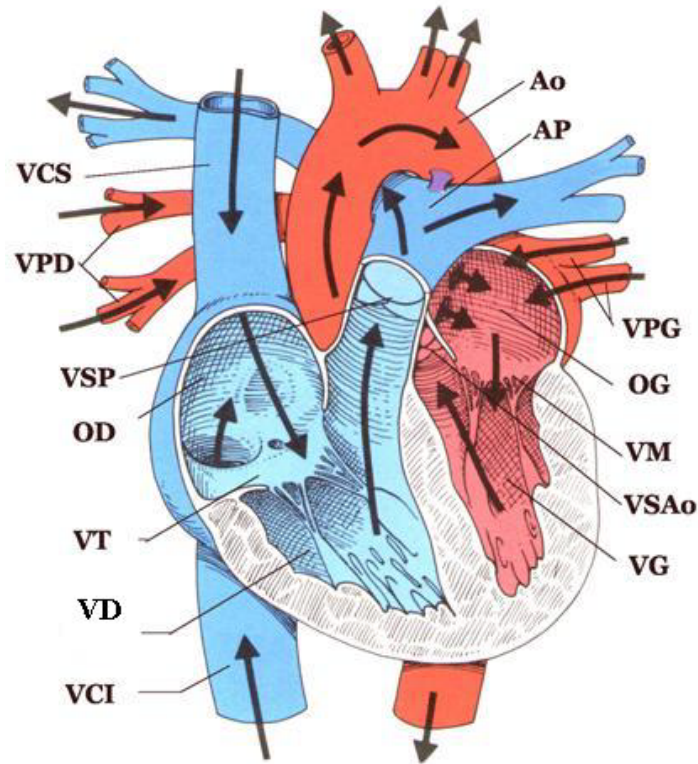


Fig. 1.1 : La structure interne du coeur

Les oreillettes servent donc de ‘salles d’attente’ pour le sang qui arrive et les ventricules sont des chambres de propulsion. Les parois des ventricules sont épaisses et puissantes, leur épaisseur est proportionnelle à leur rôle. En effet, la paroi du VD est de 0.5 cm, (le ventricule envoie le sang dans les poumons) tandis que celle du VG, pour accomplir son rôle de diffusion du sang dans le corps tout entier, atteint 1.5 cm. Ce cycle complet de pompage s’effectue en moins d’une seconde, ou en un peu plus d’une seconde en comptant le temps de relaxation du cœur. La phase de contraction du cœur se nomme la **systole**, et la phase de relaxation se nomme la **diastole**. Cette succession de systoles et diastoles se produit de façon autonome. En effet le cœur bat par lui-même, tout ce dont il a besoin pour battre c’est du sang oxygéné et suffisamment de nutriments, circulant dans son propre muscle. Le flux sanguin qui passe dans le cœur se nomme la circulation coronarienne. L’automatisme du cœur relève de deux principales structures : le nœud sinusal et le muscle cardiaque lui-même.

Le cœur est un organe musculaire, composé structurellement de 3 épaisseurs :

L’endocarde, où passent nerfs et vaisseaux sanguins.

L’épicarde, membrane séreuse formant la paroi interne du péricarde.

Le myocarde, partie véritablement active du cœur.

Le myocarde est constitué majoritairement de cellules musculaires myocardiques, de cellules nodales pouvant être conductrices et générer spontanément des potentiels d’action.

1.2.1 Les cellules musculaires cardiaques

Les cellules musculaires cardiaques sont des fibres contractiles, soudées les unes aux autres grâce à des disques intercalaires. Elles se distinguent des fibres musculaires striées, non seulement par leurs caractéristiques histologiques mais aussi par leur fonctionnement. Elles conduisent l'influx électrique.

1.2.2 Les cellules nodales

Les cellules nodales constituent un groupe de cellules cardiaques réunies par certaines propriétés- peu contractiles- génératrices, conductrices et régulatrices du potentiel d'action (potentiel de repos instable).

On distingue essentiellement:

le noeud sinusal, c'est une structure de 15 mm sur 5 mm. Il génère des décharges spontanées à la fréquence de 60 à 100 battements par minute. Il constitue le centre d'automatismes primaire.

le noeud atrio-ventriculaire, c'est une structure de 6 mm sur 5 mm. Il ralentit l'influx d'un dixième de seconde et protège ainsi les ventricules d'un rythme primaire trop rapide.

le faisceau de His: long de un à deux centimètres, c'est un centre d'automatisme secondaire. Non seulement il propage l'influx de l'étage auriculaire à l'étage ventriculaire mais aussi, il est capable de décharger spontanément des impulsions de 40 à 60 battements par minute. Il se sépare en deux branches : la branche droite et la branche gauche.

Le réseau de Purkinje : c'est la ramification terminale des deux branches droites et gauches du faisceau de His. Il propage l'influx électrique dans tout le muscle du ventricule. Il est un centre d'automatisme tertiaire, capable de générer spontanément des impulsions de 20 à 40 battements par minute.

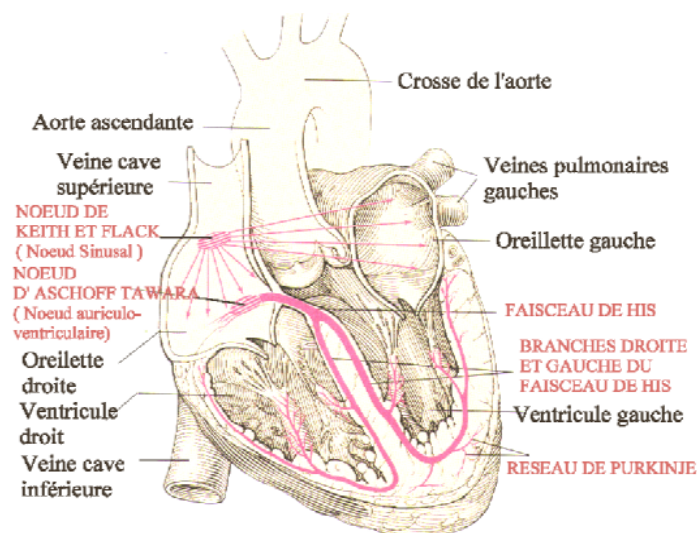


Fig. 1.2 : Tissu nodal

1.3 Fréquence cardiaque

On appelle fréquence cardiaque le nombre de battements du coeur par minute. Plusieurs facteurs peuvent l'influencer : nous savons par exemple qu'après une émotion forte (comme une peur) notre coeur "s'emballera". Nous rappelons que le coeur est composé de cellules musculaires et que ces cellules ont besoin d'être stimulées (influx nerveux) pour se contracter. Cependant, le coeur échappe au phénomène de tétanisation (contraction permanente) qui se produit dans les muscles squelettiques, sinon il ne pourrait plus remplir son rôle de pompe. En fait, il possède son propre système capable de générer des influx nerveux, qui assurent la contraction des fibres cardiaques, on dit qu'il est autoexcitable. Plusieurs observations en témoignent : les battements cardiaques s'observent dès le début de la 4^{ème} semaine du développement embryonnaire et quelques jours plus tard le sang se met à circuler dans les vaisseaux de l'embryon, alors qu'il n'existe pas encore d'innervation du coeur; des contractions spontanées et rythmiques s'observent au niveau des fibres musculaires en culture de cellules; un coeur transplanté continue à battre alors que toutes ses connexions nerveuses ont été coupées.

Ce système appelé système de conduction du coeur ou système cardionecteur, est composé de cellules nodales, citées au paragraphe précédent. Ces cellules produisent des influx et les propagent dans le coeur afin que les fibres cardiaques se contractent des oreillettes aux ventricules pour que le coeur batte comme s'il était formé d'une seule cellule.

Le noeud sinusal (situé au-dessous de l'entrée de la veine cave supérieure) est le centre rythmogène ou pacemaker naturel du coeur : ses cellules se dépolarisent spontanément de 70 à 80 fois par minute, engendrant des influx qui se propagent par la suite dans le système de conduction du coeur et assurant ainsi les contractions rythmiques du coeur. Ce système est indépendant du système nerveux et c'est pourquoi on le dit autonome, cependant il peut être influencé par le système nerveux autonome. Les pacemakers artificiels, ou stimulateurs cardiaques sont implantés de façon permanente ou transitoire dans le thorax pour réguler et maintenir un rythme cardiaque normal lorsque le noeud sinusal n'est plus en mesure de le faire correctement.

1.4 Les relations entre les phénomènes électriques et les phénomènes mécaniques

On observe au niveau des fibres myocardiques au repos, une Différence de Potentiels (DP) entre le potentiel de la surface de la membrane positif et le potentiel intérieur de la cellule. Le potentiel de repos est de l'ordre de -80 à -90 mV. La contraction de myocarde est précédée par une inversion de cette DP, ce phénomène constitue le potentiel d'action, qui au niveau du myocarde se prolonge pendant une partie de la contraction. Ces phénomènes électriques s'accompagnent d'une inexcitabilité d'abord totale, puis relative, du myocarde. Voir figure 1.3.

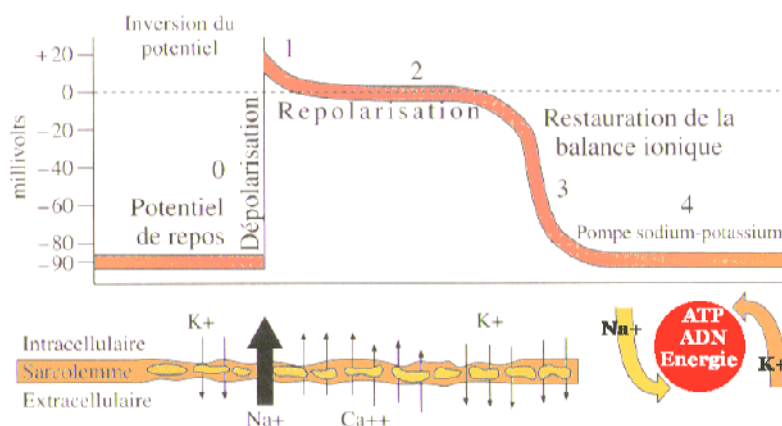


Fig. 1.3 Le potentiel d'action

Le potentiel de repos (-90 mV) est lié essentiellement à l'existence d'une pile de concentration au potassium (potentiel d'équilibre = - 94mV). Le sodium intervient également pour le maintien de la valeur du potentiel de repos de -90 mV. Pendant le potentiel d'action, il existe des modifications des courants transmembranaires liés à un passage des ions Na^+ , K^+ , et Ca^{++} . La dépolarisation rapide initiale (phase 0) est liée à l'entrée des ions Na^+ . Puis, le début de la repolarisation (phase 1) correspond à une augmentation d'ions K^+ sortants. Cette phase est suivie d'un plateau (phase 2) résultant de l'entrée de Ca^{++} , combinée à la sortie de K^+ . La reprise de la repolarisation (phase 3) correspond à nouveau à une sortie d'ions K^+ jusqu'à ce que le potentiel de repos soit atteint (phase 4). Le couplage entre les phénomènes électriques et la contraction des fibres myocardiques est assuré par les variations des concentrations intracellulaires de Ca^{++} .

1.5 Le signal électrique cardiaque

Les courants électriques d'action du myocarde furent étudiés à partir de 1843 par Matteucci, mais ce ne fut qu'en 1903 qu'Einthoven, le premier, parvient à recueillir ces courants d'une manière satisfaisante en utilisant un montage électrique rappelant celui d'un pont de Wheatstone. Les renseignements sur l'activité électrique des cellules cardiaques, dont dépend la contraction sont étudiés par l'électrocardiographie.

Le signal graphique enregistrable est l'électrocardiogramme (ECG). Ce signal, modifié en cas d'anomalie de la commande de l'influx électrique ou de sa propagation, de la masse globale et régionale des cellules ou de leur souffrance éventuelle, donne des renseignements importants et très utilisés en médecine.

1.5.1 Définition de l'électrocardiogramme

L'électrocardiogramme est l'enregistrement de l'activité électrique du cœur sur un plan frontal (par les dérivations des membres) et sur un plan horizontal (par les dérivations précordiales). L'abréviation usuelle utilisée pour caractériser l'électrocardiogramme est ECG, en anglais comme en français. (Dans certaines sources anglosaxonnes, on trouvera également l'abréviation EKG). C'est un formidable outil diagnostic, de pathologies cardiaques rythmiques (flutter...) ou musculaires (infarctus...). L'électrocardiographie est née en 1887 avec les travaux de Waller, et a été révélée à la communauté médicale par l'invention en 1901 du galvanomètre à cordes qui valut à son auteur, le Dr. Wilhem Einthoven, le prix Nobel de Médecine en 1924. L'électrocardiographie est devenue une technique incontournable en pratique cardiologique.

Il y a plus d'un demi-siècle, une convention internationale a décidé de normaliser cette représentation sous la forme immuable de l'ECG à 12 dérivations. Ce fut un des tout premiers efforts de standardisation à l'échelle mondiale d'un examen médico-technique.

Aujourd'hui, l'ECG est un examen irremplaçable : de réalisation aisée au moyen d'un appareillage simple, il a grandement bénéficié des progrès récents de l'électronique et de l'informatique. Il est actuellement possible d'enregistrer un ECG avec un électrocardiographe portable ultra-léger et même de transformer un micro-ordinateur personnel en électrocardiographe avec possibilité d'une aide au diagnostic par interprétation automatisée

La période 1842 - 1942 constitue le premier centenaire de l'électrocardiographie, des balbutiements, des premières découvertes scientifiques à l'ECG 12 dérivations. Nous présentons cette période à travers les 10 dates.

1842 : 1er courant électrique d'origine cardiaque

Carlo Matteucci, physicien italien, montre qu'un courant électrique passe à chaque battement cardiaque.

1856 : 1er potentiel d'action d'origine cardiaque

Rudolph von Koellicker & Henrich Mueller enregistrent un potentiel d'action, enregistrement effectué en mettant en contact un nerf de patte de grenouille avec un cœur isolé : à chaque battement cardiaque, on observait une contraction de la patte de grenouille.

1893 : " Electrocardiogramme " (presque) pour la 1ère fois

Willem Einthoven utilise le terme électrocardiogramme " pour la 1ère fois " lors d'une réunion de la Deutsch Medical Association. (Il confiera plus tard que A.D. Waller l'avait utilisé avant lui.)

1895 : PQRST

W. Einthoven met en évidence 5 ondes sur le tracé électrocardiographique, ondes qu'il nomme respectivement P, Q, R, S, T.

1910 : 1ère revue d'électrocardiographie

Walter James et Williams H. publient la 1ère revue américaine d'électrocardiographie.

1912 : Le triangle d'Einthoven

W. Einthoven présente pour la 1ère fois devant une société savante, la Chelsea Clinical Society, le célèbre triangle équilatéral formé par les dérivations DI, DII et DIII.

1920 : L'onde de Pardee

Harold Pardee publie le 1er ECG d'un infarctus aigu du myocarde chez un homme, avec la repolarisation caractéristique dite "*onde de Pardee*".

1924 : Einthoven Nobel

W. Einthoven reçoit le prix Nobel de physiologie et médecine pour la mise au point du 1er électrocardiographe.

1938 : V1 à V6 : position officielle

La position des dérivations précordiales V1 à V6 est définie par convention par l'American Heart Association et la Cardiac Society of Great Britain.

1942 : aVR, aVL, aVF

E. Goldberger ajoute 3 dérivations périphériques aux 3 dérivations déjà décrites par Einthoven, à savoir aVR, aVL et aVF.

1.5.2 Les dérivations électrocardiographiques

Les dérivations bipolaires

Les variations de potentiel sont enregistrées entre deux électrodes à la surface du corps.

On appelle ligne de dérivation la droite théorique passant par les deux électrodes d'enregistrement :

I ou D I entre le bras droit et le bras gauche.

II ou D II entre le bras droit et la jambe gauche.

III ou D III entre le bras gauche et la jambe gauche.

Ces trois dérivations forment les trois cotés du triangle d'Einthoven (Figure 1.4 a). En théorie, ce triangle est équilatéral et le cœur en occupe le centre.

Les dérivations unipolaires des membres

Une électrode exploratrice est placée à la surface du corps, elle est reliée au pôle positif de l'électrocardiographe.

Le pôle négatif de l'électrocardiographe est relié à une électrode neutre (borne centrale de Wilson) : (figure 1.4 b)

aVR : bras droit borne centrale.

aVL : bras gauche borne centrale.

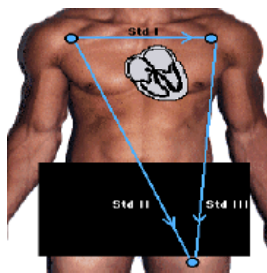
aVF : jambe gauche borne centrale.

La ligne de chacune de ces trois dérivations passe par un des sommets du triangle et son centre géométrique.

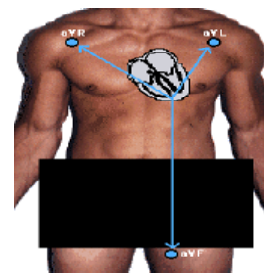
Les dérivations bipolaires et unipolaires des membres étudient l'activité électrique cardiaque dans le plan frontal.

Les dérivations unipolaires précordiales : V1, V2, V3, V4, V5 et V6

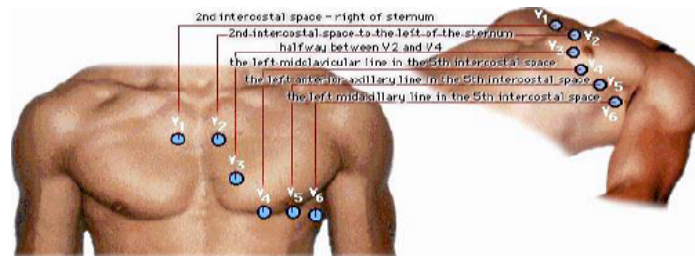
L'électrode exploratrice est reliée au pôle positif de l'appareil, le pôle négatif à la borne centrale (figure 1.4 c). Elles explorent l'activité électrique cardiaque dans un plan approximativement horizontal



a : Les dérivations bipolaires



b : les dérivations unipolaires des membres



c : Les dérivations unipolaires précordiales

Fig. 1.4: Les dérivations électrocardiographiques

1.5.3 Notion vectorielle

Pour comprendre le fonctionnement des dérivations, il faut revenir sur une notion fondamentale, les différences de potentiel, et donc les vecteurs. L'ECG est l'enregistrement des potentiels électriques parcourant le cœur. La propagation des potentiels d'action au sein du cœur correspond en fait à la propagation d'une zone de dépolarisation (positive) dans un myocarde repolarisé (négatif). C'est donc l'importance, la vitesse, et la direction moyenne du front de propagation qui sont enregistrés par l'ECG. Ceci revient donc à enregistrer le vecteur représentant la différence de potentiel entre les 2

fronts positifs et négatifs. Ainsi, un cœur au repos, repolarisé (complètement négatif) ou complètement dépolarisé (complètement positif) donnera un enregistrement "nul": le tracé correspondant sera la ligne de base, la ligne isoélectrique. Une électrode voyant le front positif se rapprocher enregistrera un signal positif, et à l'inverse, si ce front s'éloigne, le signal enregistré sera négatif.

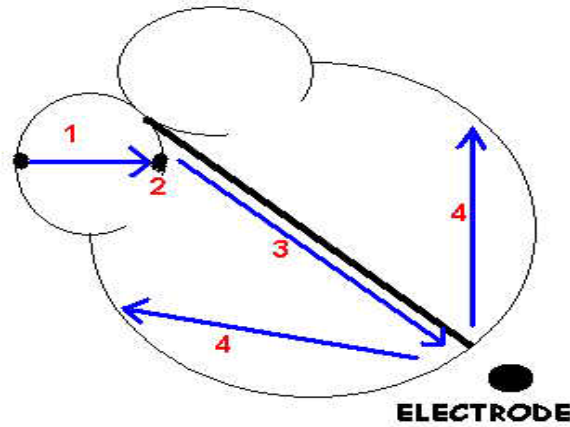


Fig. 1.5 : Propagation du signal électrique

Légende du schema

1. Onde de dépolarisation du noeud sinusal au noeud atrio-ventriculaire. 2. Pause au noeud atrio-ventriculaire
3. Onde de dépolarisation du noeud atrio-ventriculaire à la pointe du septum ventriculaire.
4. Onde de dépolarisation du septum à l'ensemble des ventricules.

En **noir** en bas, l'électrode qui enregistre le signal ci-dessous.

Activation cardiaque et ECG

Signal enregistré par l'électrode

1. Onde **positive**, le signal allant vers l'électrode.
2. Tracé **isoélectrique**: pas de déplacement de dépolarisation
3. Onde **positive**, le signal allant vers l'électrode.
4. Onde **négative**, le signal s'éloignant de l'électrode.
5. Tracé **isoélectrique**: myocarde au repos (complètement repolarisé)

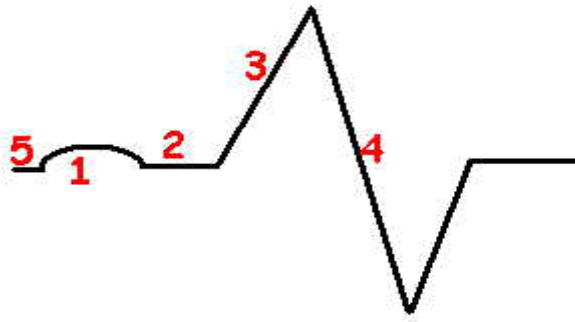


Fig. 1.6 : Le signal enregistré par l'électrode

1.6 Excitabilité et périodes réfractaires

La période réfractaire correspond à la durée qui succède immédiatement à la phase d'activité d'un nerf ou d'un muscle. Pendant cette période, on constate qu'une stimulation de ce nerf et de ce muscle ne donne aucune réponse. Autrement dit le nerf ou le muscle, sont préalablement complètement inexcitables, on parle alors de phase réfractaire absolue, ils deviennent ensuite hypoexcitables, il s'agit alors de la phase réfractaire relative.

L'excitabilité est la capacité d'une cellule myocardique à conduire un potentiel d'action, c'est-à-dire à générer un potentiel d'action en réponse à une stimulation par le courant de dépolarisation. Selon la période dans laquelle se trouve la cellule myocardique, elle pourra être partiellement, complètement, ou pas du tout conductrice. On distingue 3 périodes intéressantes :

A la phase 0 correspond la dépolarisation abrupte de la cellule. La phase 1 et 2 s'appellent la période réfractaire absolue durant laquelle il n'y a aucune dépolarisation, ni propagation du potentiel d'action possible. Pendant la phase 3, on trouve plusieurs cas de figures qui sont fonctions du niveau de potentiel électrique qu'a atteint la cellule. On trouve alors une période réfractaire effective dans laquelle la cellule peut être dépolarisée, ce qui entraîne un nouveau cycle de repolarisation sans pour autant qu'il y ait une propagation du potentiel d'action. On trouve enfin la phase 4, période durant laquelle la dépolarisation et la propagation du PA sont possibles [Cohen 1983].

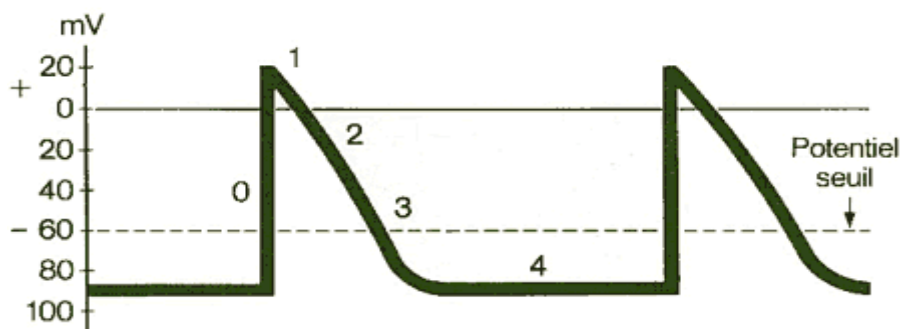


Fig. 1.7 : Le potentiel d'action et périodes réfractaires

1.7 Les arythmies cardiaques

Elles sont une cause majeure de mortalité, et constituent une partie très importante de la problématique des maladies cardiovasculaires. Les mécanismes fondamentaux des arythmies sont encore mal compris. Les traitements par les médicaments et l'électro-stimulation reposent sur des bases empiriques, rendant l'efficacité des interventions plus ou moins prévisible.

Nous nous intéressons plus particulièrement aux événements associés à l'infarctus du myocarde, aux blocs de conduction auriculo-ventriculaires et à la fibrillation ventriculaire. Notre travail favorise une étude étroitement liée aux observations expérimentales : des signaux de Fibrillation Ventriculaire (FV) induite chez des humains ainsi que des signaux enregistrés à la surface du corps des patients ayant eu des Infarctus de Myocarde (MI) afin de valider nos analyses.

Chaque contraction du cœur (systole) est donc déclenchée électriquement. La répétition de ces phénomènes donne le rythme cardiaque. Le nœud sinusal est le "pacemaker" naturel. Il a la propriété d'adapter sa cadence aux besoins de l'organisme, en conséquence, il accélère lors d'un effort physique ou une émotion (influence du système nerveux autonome). La fréquence cardiaque de repos d'un sujet sportif peut s'abaisser jusqu'à 45 battements par minute, alors que durant un état de fièvre ou d'émotion elle peut dépasser 100 battements par minutes. Pendant un effort, la fréquence cardiaque est directement liée à l'intensité de celui-ci. Un effort maximal va accélérer le rythme cardiaque jusqu'à 180/min. La distinction entre variation du rythme cardiaque normal et arythmie ne peut donc pas être stricte. L'arythmie survient lorsque l'excitation électrique naît hors du nœud sinusal, dans le nœud atrio-ventriculaire ou les ventricules par exemple, ou que l'onde électrique ne suit plus les voies préférentielles de propagation. La contraction cardiaque qui en résulte s'écarte du rythme normal. Le battement supplémentaire qu'elle provoque se nomme extrasystole, par opposition à la contraction normale nommée systole.

Nous avons vu que la séquence normale d'activation du cœur comprend tout d'abord une activation des oreillettes (auriculaire) et ensuite une contraction des grands muscles cardiaques des ventricules. Une extrasystole perturbe cette séquence. Souvent, elle est suivie d'une pause compensatrice ressentie comme une sorte d'interruption. Une accélération soudaine, brutale et prolongée du rythme cardiaque est suivie d'une diminution de la pression artérielle, ce qui peut provoquer des vertiges et un sentiment de faiblesse ou de grande fatigue.

Certains troubles sont plus graves que d'autres, surtout s'ils compromettent la fonction cardiaque. Dans certaines conditions pathologiques, un cercle vicieux entre fonction cardiaque et rythme anormal s'enclenche. Ainsi un cœur affaibli peut être la cause d'une arythmie, mais l'arythmie en soi, peut affaiblir le cœur.

Certaines extrasystoles peuvent apparaître chez n'importe quelle personne bien portante. Ce n'est que si elles se manifestent fréquemment qu'on peut parler d'arythmie. On classe les arythmies en fonction de leur lieu de formation et de leurs effets sur le rythme cardiaque. Si le trouble se déclare dans les

oreillettes ou le nœud atrio-ventriculaire, on parlera d'arythmie supra ventriculaire; s'il apparaît dans les ventricules, on parlera d'arythmie ventriculaire. Si une arythmie accélère le rythme cardiaque, on parlera de *tachycardie* (tachy = rapide) ; si elle le ralentit, on parlera alors de *bradycardie* (brady = lent).

Nous donnerons par la suite une présentation des arythmies courantes

1. *Extrasystoles supraventriculaires*

Une extrasystole supraventriculaire est caractérisée par une stimulation cardiaque prématurée par rapport au rythme de base. Selon son origine, elle pourra être auriculaire (oreillettes) ou jonctionnelles (noeud atrio-ventriculaire). Souvent, l'hypertension artérielle, en raison de sa surcharge pour le cœur, provoque une distension des oreillettes et leur contraction prématurée. La faiblesse du muscle cardiaque peut constituer une autre cause de ce type d'extrasystole

2. *L'extrasystole ventriculaire*

L'extrasystole ventriculaire est due à la présence d'une zone irritative dans le ventricule qui ne se soumet pas à l'harmonie de l'activation cardiaque. L'émotion, un déséquilibre de la teneur en sels minéraux, un état fiévreux ou une infection peuvent démasquer une propension à cette arythmie. Dans ces cas, celle-ci sera considérée comme bénigne, tandis que l'apparition d'extrasystoles accompagnant une maladie cardiaque peut dévoiler un problème qui nécessite un traitement. Si les extrasystoles se multiplient et que la stimulation électrique suit le mouvement, la fréquence cardiaque augmentera, on parlera alors de tachycardie.

3. *La tachycardie supraventriculaire*

Lors de tachycardie paroxystique, le cœur s'emballé soudainement et bat très rapidement, jusqu'à 150 à 220 fois par minute. Ces épisodes peuvent durer quelques secondes ou se prolonger pendant plusieurs heures. Ils s'arrêtent aussi soudainement qu'ils sont apparus. Les tachycardies supra ventriculaires peuvent apparaître dès le très jeune âge et persister toute la vie. Après ces crises, le sujet se sent fatigué, mais ce type d'arythmie est rarement dangereux. Elles nécessitent néanmoins l'attention du médecin, car elles peuvent être gênantes et diminuer la qualité de vie.

4. *La fibrillation auriculaire*

Une fibrillation auriculaire est définie comme la contraction anarchique des oreillettes, qui entraîne une contraction rapide et irrégulière des ventricules. Il s'agit d'un trouble du rythme du cœur très fréquent, en particulier chez les sujets de plus de 60 ans. Le diagnostic est difficile car les symptômes de fibrillation auriculaire ne sont absolument pas ressentis. Très rarement, la fibrillation auriculaire

peut se manifester par un oedème aigu pulmonaire ou une complication de type accident vasculaire cérébral. Le diagnostic sera suspecté par le médecin lors de son examen clinique, constatant principalement que le rythme est rapide et irrégulier. Mais parfois, la fibrillation auriculaire n'est pas permanente ce qui complique le diagnostic. La réalisation de l'électrocardiogramme permet de mettre en évidence l'activité irrégulière, anarchique et rapide de l'oreillette. Lorsque l'électrocardiogramme est normal mais que le médecin a une forte présomption de l'existence d'une fibrillation auriculaire, il fera réaliser par le cardiologue un enregistrement de l'électrocardiogramme durant 24 heures (examen appelé Holter des 24 heures).



Fig. 1.8 Tracé d'un électrocardiogramme en fibrillation auriculaire.

5. *La tachycardie ventriculaire*

La tachycardie ventriculaire est en général la manifestation d'un dysfonctionnement du muscle cardiaque. Elle peut apparaître à tout âge, mais elle est fréquemment la conséquence d'un infarctus du myocarde. Il en suit une désynchronisation des battements ventriculaires de la contraction auriculaire qui est dû à une diminution du pompage du sang. En raison de la défaillance cardiaque que ce rythme rapide entraîne, la tachycardie ventriculaire nécessitera une hospitalisation, surtout lorsque la fréquence dépasse 150 battements par minute.

6. *L'infarctus du myocarde*

Il survient souvent lorsque les artères du cœur présentent des plaques d'athérome qui réduisent le débit sanguin. Beaucoup plus rarement, l'infarctus du myocarde est secondaire à une réduction du diamètre de l'artère du cœur, due à sa contraction, sans lésion pré-existante. La destruction du muscle cardiaque évolue de l'intérieur du cœur vers l'extérieur et du centre de la nécrose vers la périphérie. 50% de la zone qui n'est plus approvisionnée en oxygène est détruite en 2 heures, 100% en 4 à 6 heures. Cette vitesse est variable d'un individu à l'autre. La dégradation de la fonction contractile du cœur est toujours associée à un infarctus du myocarde dont la partie saine du muscle se contracte plus que d'habitude. Si 25% du muscle cardiaque est atteint, l'insuffisance cardiaque gauche survient; Si plus de 40% du muscle du cœur est atteint, le décès est inévitable en l'absence de revascularisation en urgence.

Le diagnostic d'un infarctus du myocarde est généralement effectué à l'aide de l'ECG où les ondes T, devenues géantes, sont rapidement remplacées par un sous décalage de ST en forme de dôme (figure 1.9)

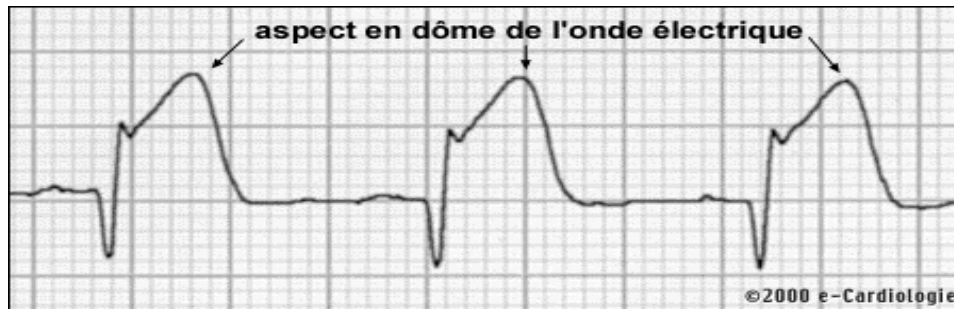


Fig. 1.9 : Electrocardiogramme d'un infarctus en voie de constitution, aspect en dôme du signal électrique.

7. Fibrillation ventriculaire

La fibrillation ventriculaire (FV) est parfois inaugurale (mort subite), précoce (fibrillation ventriculaire primaire de bon pronostic), parfois tardive (fibrillation ventriculaire secondaire) accompagnant alors un anévrysme du ventricule gauche suite à un mauvais diagnostic.

La fibrillation ne peut pas se produire dans un milieu homogène. En fait, la période réfractaire, l'excitabilité, dont nous avons parlé dans le paragraphe précédent ainsi que la vitesse de conduction n'ont pas des propriétés constantes partout dans le tissu ventriculaire. En d'autres termes, les ventricules doivent être considérés comme un tissu non homogène. Une impulsion ne peut pas s'écarter à une vitesse constante dans toutes les directions à partir d'un point stimulé. Nous considérerons, donc, le déclenchement de la fibrillation en termes de champ irrégulièrement excitable qui existe normalement au cours d'une systole en retard. La vulnérabilité des ventricules à la fibrillation induite par des stimuli pendant le dernier tiers de la systole a été beaucoup étudiée. Il était évident que les ventricules sont vulnérables à ce stade parce que le tissu est irrégulièrement excitable. Un stimulus appliqué pendant la période vulnérable, trouvant quelques fibres sensibles et d'autres réfractaires, lancera une impulsion qui sera forcée de se propager à une vitesse inférieure à la normale dans une direction tortueuse. Par conséquent la chance de créer des réentrées devient grande. L'activité de réentrée près de l'endroit de la stimulation est certainement un facteur principal dans l'induction de la fibrillation [Moe 1964].

Une fois qu'une excitation asynchrone se produit près de l'endroit de la stimulation, la non uniformité initiale du tissu devient exagérée : la réaction des fibres au stimulus généré plus tôt que prévu, subira un grand raccourcissement de la période réfractaire. À l'inhomogénéité initiale des périodes réfractaires sera ajouté une dispersion additionnelle due aux variations des longueurs de cycle

de différentes fibres. Une première cause de réentrée provoquera une telle dispersion près de l'endroit stimulé, mais la vitesse de conduction, qui était lente au début, accélère pendant que le front d'onde émerge dans le tissu plus éloigné dans un état plus avancé de rétablissement (recovery). Une opinion très répandue sur le mécanisme de la FV, est qu'elle résulte d'une excitation complètement aléatoire. Toutefois une hypothèse ancienne qui émerge des études théoriques et expérimentales, montre que la propagation au cours d'une FV n'est pas complètement aléatoire et que ce sont les « rotors » qui ont le rôle principal pour organiser ce phénomène. Une étude expérimentale a mis en évidence qu'un seul rotor en mouvement rapide est capable de générer des motifs qui ressemblent à la FV [Jalife 1995]. Ainsi il a été prouvé que c'est la vitesse des « rotors » et non leurs nombres qui est à l'origine d'une non régularité du signal du FV.

Le seul traitement est le choc électrique externe, la réanimation et un vigoureux traitement antiarythmique associant parfois 2 médicaments antiarythmiques

1.7.1 Les outils nécessaires pour réaliser un examen médical

On pourra citer :

1. L'ECG de repos

Un ECG est essentiel. Pour cet examen, des électrodes sont placées sur le thorax, les poignets et les chevilles afin d'enregistrer l'activité électrique du cœur. L'électrocardiogramme donne des informations sur la synchronicité de l'activation, des oreillettes au ventricule. Lors de l'examen, le symptôme est très souvent absent. C'est la raison pour laquelle on a inventé l'enregistrement électrocardiographique continu.

2. L'ECG ambulatoire sur 24 heures (Holter)

Comme pour l'ECG, plusieurs électrodes sont collées sur le thorax et reliées par un câble à un enregistreur portable. Cet enregistreur permet de mémoriser toute l'activité électrique du cœur pendant une période de 24 à 48 heures. Le sujet doit, malgré cet appareillage, poursuivre normalement ses activités. L'enregistrement sera lu et analysé plus tard par le médecin qui mettra le rythme cardiaque en relation avec les symptômes observés et notés par le sujet dans son cahier journalier.

3. L'enregistreur à la demande

L'enregistreur à la demande fonctionne comme un appareil d'ECG. Lorsque les symptômes apparaissent, le patient met en marche ce petit enregistreur portatif qui, dès lors, mémorise 15 à 40

secondes d'ECG. Le décryptage montrera alors le rythme cardiaque ou d'éventuelles autres modifications de l'ECG au moment des symptômes.

4. *L'ECG d'effort*

C'est l'examen idéal pour étudier la réaction cardiaque durant un effort. Sur un vélo statique ou un tapis roulant, le patient accomplit un effort bien défini. L'enregistrement de l'électrocardiogramme en parallèle permet d'observer la fréquence cardiaque, la pression artérielle et l'éventuelle apparition de troubles du rythme.

5. *L'exploration électrophysiologique*

L'exploration électrophysiologique est utile pour éclaircir les situations complexes ou peu claires. Elle permet de localiser la source précise du problème rythmique. Cet examen, qui se déroule dans une salle spéciale d'hôpital, correspond à un électrocardiogramme enregistré depuis l'intérieur du cœur. Des petits cathéters munis d'électrodes sont insérés à travers les veines de l'avant-bras ou du pli de l'aîne. Après une anesthésie locale, ces électrodes peuvent être placées sans douleur aux différents endroits du cœur, que cela soit dans les oreillettes ou dans les ventricules. De brèves stimulations électriques peuvent même provoquer l'arythmie en cause, ce qui permettra d'identifier le traitement le plus efficace.

1.7.2 Possibilités thérapeutiques

En général le médecin choisira la meilleure option thérapeutique en fonction du diagnostic, parmi lesquelles nous pouvons citer :

1. *Les médicaments*

Ils sont utilisés soit pour prévenir les crises, ils doivent alors être pris régulièrement, soit pour interrompre une crise qui a démarré. Dans ce second cas, une injection intraveineuse du médicament est souvent nécessaire.

2. *La défibrillation et la cardioversion*

Le choc électrique externe est une procédure utilisée depuis plus de 30 ans. Au moyen de deux électrodes, on envoie des décharges pour resynchroniser toute l'activité électrique du cœur. La défibrillation peut constituer une mesure salvatrice en cas d'arrêt cardiaque par fibrillation ventriculaire. Elle peut aussi être planifiée pour remédier une fibrillation auriculaire (cardioversion), mais elle nécessite tout d'abord de prendre des anticoagulants. Elle a lieu pendant une anesthésie

générale de quelques minutes. Le choc n'est ainsi pas ressenti du tout et le geste peut être effectué ambulairement. Le but de la défibrillation n'est pas la dépolarisation de tout le myocarde mais celle d'une quantité ou un volume suffisant de cellules, appelé masse critique, pour rétablir une activité électrique coordonnée. Pour défibriller, il faut par conséquent arrêter ou bloquer les boucles de réentrée dont il existe un très grand nombre en FV. Pour cela, il faut faire en sorte que le front d'excitation (figure 1.10) de la boucle de réentrée rencontre des cellules qui sont à l'état excité et de ce fait réfractaires à une nouvelle excitation. L'utilisation d'une énergie trop forte risque de léser le myocarde ; à l'inverse, une énergie trop faible peut être inefficace. De nombreux facteurs font varier l'impédance thoracique qu'il est donc difficile d'estimer. En conséquence, il est classique de commencer la défibrillation avec une énergie relativement faible (200 joules) puis de l'augmenter à 300 et à 360 J pour les chocs ultérieurs.

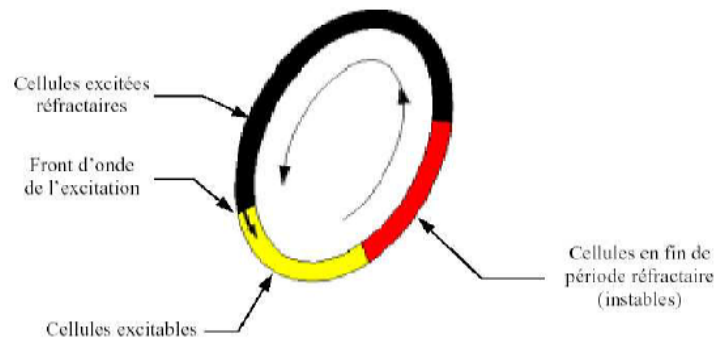


Fig. 1.10 : Boucle de réentrée

3. Le défibrillateur automatique implanté

Cet instrument est comparable, du moins par l'apparence, à un pacemaker ou stimulateur cardiaque artificiel. Il s'agit d'un dispositif électro-technique composé d'une sonde transveineuse permanente et d'un boîtier contenant une pile et un circuit électronique. Le boîtier est placé sous anesthésie dans une poche sous la peau de la région pectorale. Le circuit électronique de ce "défibrillateur-cardiovertteur" surveille en permanence le rythme cardiaque. En cas de tachycardie ou de fibrillation ventriculaire, il se met en marche en appliquant, selon les besoins, des décharges allant de 5 volts jusqu'à un choc de défibrillation pouvant atteindre 500 volts.

Chapitre 2

MODELISATION ET ESTIMATION DU SIGNAL DE FIBRILLATION VENTRICULAIRE :

2.1 Introduction au problème de Fibrillation Ventriculaire :

La Fibrillation Ventriculaire (FV) est définie comme une désorganisation complète de l'activité électrique du cœur, [Moe 1964], [Surawicz 1978]. Cela se traduit sur l'Electrocardiogramme par la présence de complexes QRS anormaux, méconnaissables, variables d'une onde à une autre. Cette variabilité s'exprime en amplitude, en durée, et en fréquence, ou en prenant un aspect oscillatoire. C'est la plus grave des arythmies car elle entraîne une inefficacité circulatoire complète, responsable de mort subite due à une mauvaise circulation sanguine. Il n'existe qu'un seul traitement pour interrompre une fibrillation et rétablir un rythme sinusal normal : c'est le choc électrique. Il peut être soit externe et réalisé dans les meilleurs délais à la surface du thorax, soit en interne à l'aide d'un défibrillateur automatique qui est un dispositif miniaturisé qui analyse l'ECG et fournit des chocs de défibrillation quand cela est nécessaire. Une intervention rapide de défibrillation est très importante pour la survie des victimes en arrêt cardiaque. Souvent, un choc doit être appliqué en l'absence de personnel médical. Par conséquent, le diagnostic automatisé réalisé par le défibrillateur doit être fiable et suffisamment proche de celui qu'auraient donné des médecins. Des progrès importants ont été réalisés dans le diagnostic et le traitement des signaux de FV, permettant ainsi de mieux soigner, de diminuer la mortalité, et d'améliorer la qualité de vie des patients. Plusieurs études ont montré que le taux de réussite de la défibrillation est inversement proportionnel à la durée de la fibrillation [Weaver 1985], [Yakaitis 1980]. De plus, la valeur de la fréquence fondamentale du signal de fibrillation a été proposée comme un indicateur de défibrillation potentiellement réussie pendant un épisode de FV [Brown 1989] [Dzwoncyk 1990]. Les caractéristiques importantes de la FV sont d'une part sa durée et d'autre part ses composantes fréquentielles. Parmi les travaux traitant de ces caractéristiques, nous pouvons citer celui de Baykal [Baykal 1997] où une estimation de la durée de la FV introduite chez des lapins a été présentée, en utilisant un processus autorégressif d'ordre p . Il a été mis en évidence que la fréquence du premier pôle (celui à fréquence la plus basse) diminue dans le temps, l'amplitude reste invariante au début de l'épisode de FV et commence à diminuer par la suite. Un grand nombre des signaux physiologiques et biomédicaux appartiennent à la classe des signaux sinusoïdaux périodiques, [Rapp 1987]. Une variation de cette périodicité est en général un indicateur d'un changement de la physiologie. Dans des systèmes chaotiques, cette variation de la périodicité dans les observations des signaux est utilisée comme un indicateur de bifurcation [Murphy 1995]. Parmi cette classe de signaux biomédicaux périodiques on trouve le signal de FV. Il a été démontré que la période de ce signal est variable au cours du temps [Small 2001]. De plus, dans cette référence, on observe premièrement une diminution vers un minimum, puis une augmentation vers un plateau fixe stable. Toutes ces études antérieures ont été appliquées à des signaux de FV induites chez des animaux, ce qui a permis de générer et d'étudier des épisodes de fibrillations de longues durées.

Dans ce travail de thèse, j'ai eu l'opportunité de travailler avec des signaux de fibrillation induite volontairement chez l'homme en endocavitaire, dans le cadre de test du fonctionnement de

défibrillateurs lors de leurs implantations. Un des buts de cette étude est de déterminer des indicateurs physiologiques (en particulier la période réfractaire) en extrapolant des résultats recueillis lors de protocoles menés par les médecins. La période réfractaire est habituellement déterminée par une technique (extra stimulus) qui vise à évaluer la réponse du cœur à une stimulation électrique externe. Une expérience déjà réalisée sur des moutons a montré qu'il existe une corrélation entre la pseudo-périodicité du signal de fibrillation et la période réfractaire mesurée par la méthode extra stimulus. Dans cette expérience [Wang 1998], la fréquence fondamentale est estimée à l'aide d'une simple transformée de Fourier appliquée à l'épisode complet de fibrillation. Ce sujet n'ayant encore jamais été traité chez l'homme, nous nous proposons de le développer dans ce document qui inclura de plus une proposition d'amélioration de l'estimation de cette fréquence fondamentale. Pour cela, nous avons utilisé des méthodes de traitement de signal reposant sur des techniques modernes d'analyse spectrale, en essayant d'inclure des contraintes d'harmonicité entre les fréquences du signal de la fibrillation. Le processus générant la fibrillation n'étant pas encore clairement identifié, deux hypothèses différentes ont été proposées pour l'analyse de l'épisode de fibrillation. La première consiste à considérer le signal comme étant stationnaire : l'estimation de ses paramètres, supposés constants au cours du temps, a été réalisée à l'aide des méthodes existantes dont la transformée de Fourier (TF), la méthode de Prony-Tufts Kumaresan et Multiple Signal Classification (MUSIC). L'autre approche considère le signal comme non stationnaire, c'est-à-dire présentant des fréquences évoluant au cours du temps. Cette dépendance vis-à-vis du temps du contenu spectral, ne permet pas leur description via l'utilisation des méthodes citées précédemment. Dans ce chapitre nous allons explorer les deux hypothèses en étudiant des algorithmes spécifiques à chacune d'elles, qui seront illustrés par des simulations et des applications aux cas réels. En conséquence, deux catégories d'algorithmes d'estimation de la fréquence seront traitées : l'estimation en différé, où la fréquence est obtenue pour un nombre fixe d'observations et l'estimation en ligne, qui utilise des estimations adaptatives et récursives. Dans l'hypothèse de l'implémentation de ces algorithmes dans un défibrillateur implanté, la propriété temps-réel des algorithmes d'estimation en ligne rend ces derniers plus efficaces. En effet, une rapide intervention qui se résume par un choc électrique endocavitaire sera d'autant plus efficace qu'elle est précoce. Pour information, la durée moyenne d'un épisode de FV entraînant systématiquement la mort est de l'ordre d'une minute. A partir des enregistrements dont nous disposons, nous essayerons de répondre à la question : « peut-on modéliser un épisode de FV par un fondamental et des harmoniques qui présentent une variabilité ? Si oui, comment estimer les variations du fondamental en fonction du temps sur une période courte ? »

L'idée initiale était de mesurer les périodes réfractaires (PR) associées à différentes fréquences de stimulations (ce protocole sera explicité dans le paragraphe qui suit) et d'en extrapoler une PR « limite » non mesurable expérimentalement. L'inverse de cette PR « limite » aurait pu fournir une prédiction de la fréquence de fibrillation. Cette prédiction n'a pas pu aboutir en raison d'un nombre réduit de fréquences de stimulation et de la difficulté à déterminer une asymptote en lui imposant une

pente nulle à partir de données relativement incertaines. De plus, il n'est pas certain que les hypothèses sur lesquelles se base cette prédiction soient vérifiées, car contrairement à la réponse ventriculaire lors de la mesure des PR la fibrillation fait intervenir des boucles de réentrances locales. Dans ce cas l'interaction des cellules musculaires entre elles est différente, ce qui rendrait la prédiction impossible. Cependant, nous mettrons en évidence une corrélation forte entre la fréquence fondamentale mesurée de la FV et la période réfractaire obtenue en stimulant le ventricule, le plus rapidement possible. Cette corrélation, pour la première fois mise en évidence chez l'homme, confirmerait donc notre hypothèse de départ

2.2. Le signal de FV

2.2.1 Description d'un épisode de fibrillation

Quand un cœur est en fibrillation, c'est à dire quand il se dépolarise de façon non coordonnée, le sang ne circule plus correctement dans le corps. Le cœur se fatigue et le corps entier n'est plus alimenté en oxygène. Il faut, en très peu de temps relancer la machine cardiovasculaire pour sauver le patient. D'où le rôle du défibrillateur qui doit repolariser les cellules du cœur au même niveau pour qu'il pompe à nouveau et qu'il fasse circuler le sang dans les veines. Cela signifie que la défibrillation doit parvenir à exciter au même instant une quantité ou un volume suffisant de cellules myocardiques, appelé " masse critique ". Ainsi, à la fin du choc, les cellules seront toutes en phase réfractaire. Puis, elles repasseront naturellement, en même temps, en phase excitable et seront ainsi réceptives à la propagation normale du processus d'excitation cardiaque qui peut ainsi reprendre sa maîtrise. La figure 2.1 ci-dessous présente un enregistrement endocavitaire (électrogramme) réalisé avec une fréquence d'échantillonnage de 124 Hz, issu du protocole utilisé par les médecins. On observe trois zones de fibrillation ainsi que trois chocs électriques appliqués au patient afin d'arrêter la fibrillation. Nous voyons bien, dans cet exemple que seul le troisième choc permet de rendre au cœur son rythme normal où sont présents les complexes QRS.

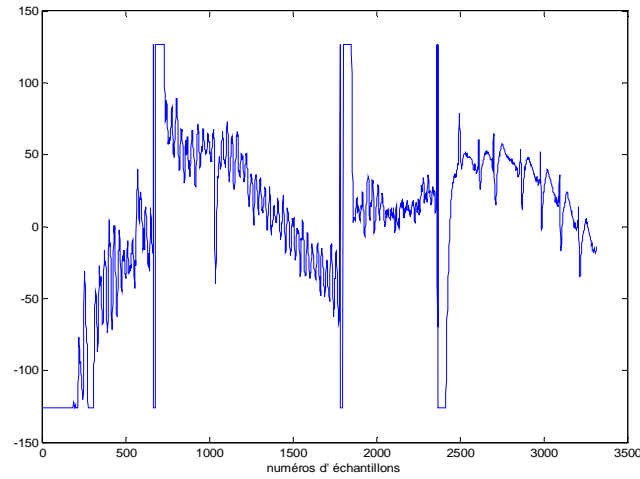


Fig. 2.1 : Trois zones de fibrillation

La figure 2.2, présente un autre exemple, mettant bien en évidence la périodicité du signal de FV traité.

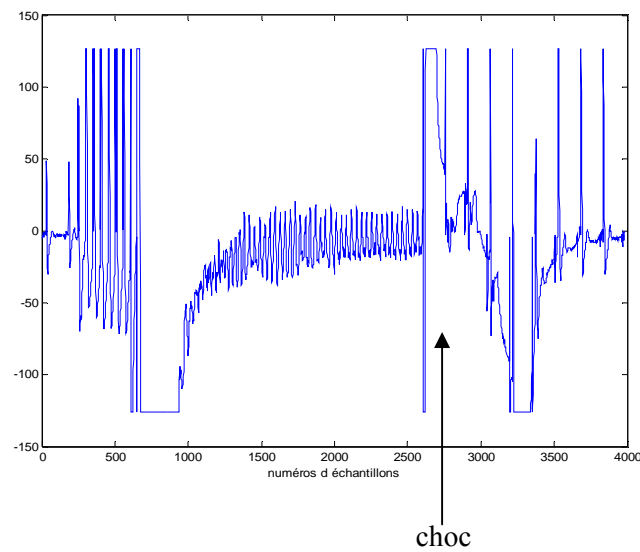


Fig. 2.2 : La zone de fibrillation est limitée par les deux chocs.

Après segmentation de la zone de fibrillation de la figure 2.2 (échantillons 1000-2500), un prétraitement utilisant une approximation polynomiale d'ordre 3 est appliqué au signal de fibrillation afin de réduire la ligne de base. Le résultat est représenté dans la figure 2.3.

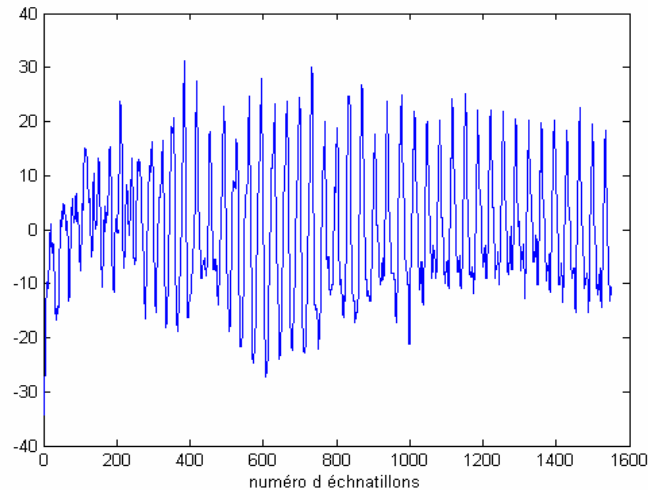


Fig. 2.3 : le signal de FV traité

2.2.2 Modèle simplifié du cœur et période réfractaire

Dans ce modèle, seule l'activité électrique du cœur correspondant aux complexes QRS sera décrite. Ceci nous conduit à proposer un modèle très simplifié du cœur pour une première analyse des phases de fibrillation. On suppose que les QRS correspondent aux réponses impulsionnelles du filtre passe bas qu'est le cœur. Le signal d'entrée sera donc un peigne de Dirac (de période fixe T) qui est une simplification stationnaire d'un signal composé d'une succession d'impulsions espacées de périodes variables. La figure 2.4 représente ce modèle.

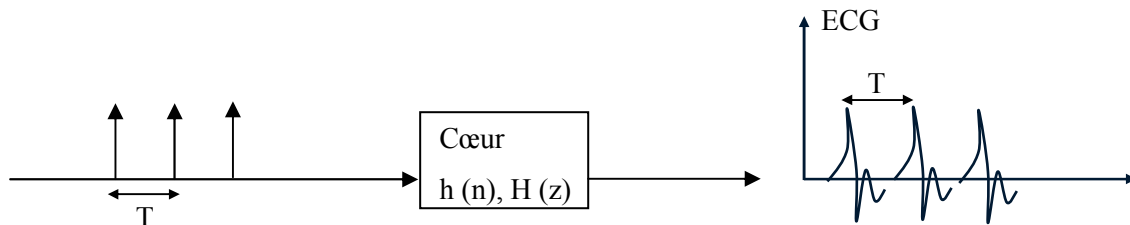


Fig. 2.4 Modèle simplifié du cœur

Lors de l'implantation de défibrillateurs, les médecins ont la possibilité de remplacer le générateur naturel d'impulsions par un générateur jouant le rôle d'un « pacemaker ». On peut alors faire varier la valeur de T , en stimulant le cœur sur des intervalles de temps, pendant lesquels le cœur s'adapte à chaque nouvelle fréquence de stimulation. Les valeurs disponibles pour T sont données par les fréquences correspondantes (exprimées en battements par minutes) : 70, 90, 120, 130 et 150 bat/min. Afin d'évaluer l'état du muscle cardiaque (myocarde) un indicateur appelé « période réfractaire » est mesuré en insérant une impulsion supplémentaire dans le peigne de Dirac (Fig. 5). Cette technique dite de l'extra stimulus, vise à évaluer la réponse du cœur à une stimulation extérieure.

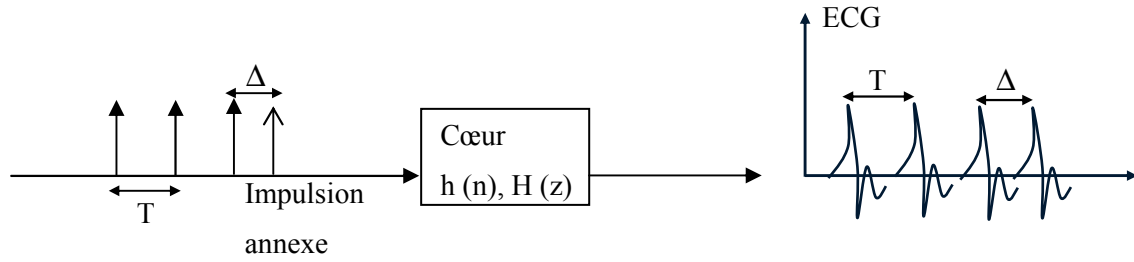


Fig. 2.5 Protocole mené par les médecins : « la technique extra stimulus »

La période réfractaire notée Δ_{\min} correspond au plus petit intervalle Δ pour lequel il y a réponse du cœur. Dans la figure 2.6, la valeur du Δ est légèrement inférieure à Δ_{\min}

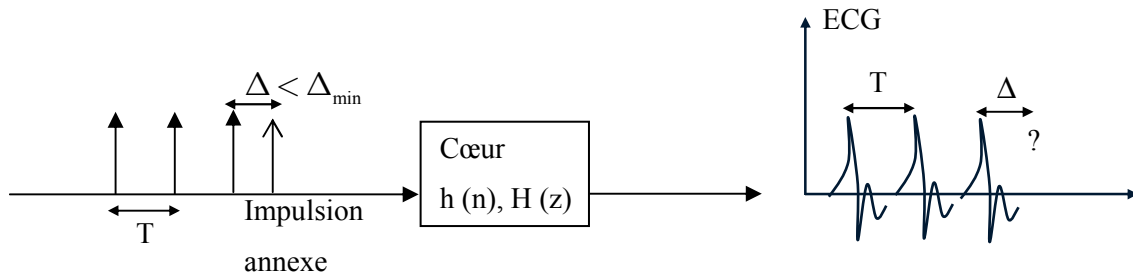


Fig. 2.6 Cas où Δ est légèrement inférieur à Δ_{\min}

On donne dans le tableau ci-dessous des exemples de mesures de la période réfractaire pour différentes valeurs de T.

	T=70	T=90	T=120	T=130	T=150
Δ_{\min} du patient N°1	370	350	340	330	320
Δ_{\min} du patient N°2	350	320	290	280	270
Δ_{\min} du patient N°3	320	300	280	260	250

Tab. 1 Mesures de la période réfractaire en ms pour différentes valeurs de T, exprimées en battements par minute.

En observant ces résultats nous constatons bien qu'en augmentant la fréquence des impulsions, Δ_{\min} décroît jusqu'à une valeur limite que l'on notera $\min\Delta_{\min}$, qui n'est pas mesurée dans ces protocoles. Une hypothèse médicale suppose que dans un état électrique supposé anarchique (phase de fibrillation), la pseudo périodicité observée nous renseigne sur la valeur de $\min\Delta_{\min}$.

Nous présentons dans la figure 2.7 l'inverse de la période réfractaire en fonction des fréquences de stimulations d'un des patients. Nous observons dans ce cas particulier que l'on peut extrapoler une valeur limite maximale de l'inverse de la période réfractaire. Hélas cette illustration claire n'est pas représentative de l'ensemble des patients. En effet, des erreurs sur la mesure de la période réfractaire peuvent dégrader très rapidement les performances de toute extrapolation. Nous n'avons pas pu déterminer de façon significative cette valeur limite sur l'intégralité des patients. La figure 2.8 illustre cette difficulté d'extrapolation en présentant un cas particulier.

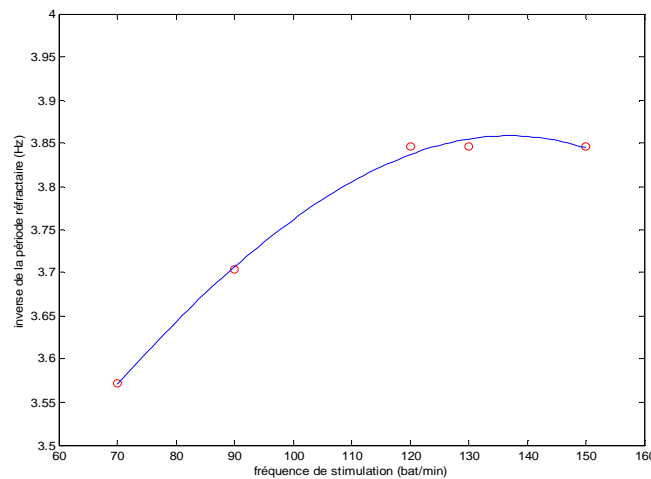


Fig. 2.7 : L'inverse de la période réfractaire en fonction des fréquences de stimulations

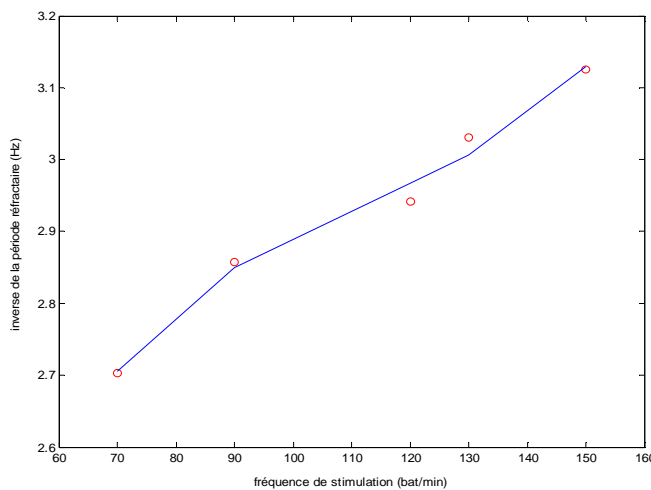


Fig. 2.8 : L'inverse de la période réfractaire en fonction des fréquences de stimulations

Plusieurs travaux précédents ont montré que le signal de FV présente une périodicité variable. [Rapp, 1987], [Brown 1989] et [Dzwoncyk 1990]. Ce constat est illustré par la figure 2.3, où la périodicité est très marquée. Ceci constituera notre modèle de base.

2.3 Modélisation des signaux de FV

2.3.1 Modèle des signaux sinusoïdaux et harmoniques

En notant t l'indice temporel et N le nombre d'observations, un signal sinusoïdal réel peut être représenté sous les deux formes suivantes

$$1. \quad x(t) = a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t) \quad a, b \in \mathbb{R} \quad (2.1)$$

$$2. \quad x(t) = A \cos(\omega t - \phi) \quad A \in \mathbb{R} \quad (2.2)$$

Ces deux représentations étant équivalentes, le passage de l'une à l'autre est donné par :

$$\begin{cases} a = A \cos(\phi) \\ b = A \sin(\phi) \end{cases} \quad (2.3)$$

De même, un signal sinusoïdal complexe, peut être représenté sous les deux formes suivantes :

$$x(t) = A e^{j(\omega t + \phi)} \quad A \in \mathbb{R}^+ \quad (2.4)$$

ou

$$x(t) = \rho e^{j\omega t} \quad \rho \in \mathbb{C} \quad (2.5)$$

tel que

$$\begin{aligned} A &= |\rho| \\ \phi &= \arg(\rho) \\ \rho &= A e^{j\phi} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Les relations entre le modèle réel et le modèle complexe sont données par :

$$\begin{cases} A = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \phi = \begin{cases} \arctan(\frac{b}{a}) & \text{si } a > 0 \\ \arctan(\frac{b}{a}) + \pi & \text{si } a < 0 \end{cases} \end{cases} \quad (2.7)$$

Le signal de FV est formé d'une somme de plusieurs sinusoïdes pour lesquelles deux cas se présentent :

1) Quand les fréquences des sinusoïdes sont indépendantes, on définit un signal à composantes multiples par :

$$x(t) = \sum_{k=1}^K A_k \cos(w_k t - \phi_k) \quad (2.8)$$

où:

A_k : est l'amplitude de la $k^{\text{ième}}$ sinusoïde

w_k : est la pulsation de la $k^{\text{ième}}$ sinusoïde

ϕ_k : est la phase de $k^{\text{ième}}$ sinusoïde

2) Quand les fréquences sont reliées entre elles par la relation $w_k = kw_0$, le signal $x(t)$ donné ci-dessus devient un signal harmonique de fréquence fondamentale $f_0 = \frac{w_0}{2\pi}$, le modèle devient :

$$x(t) = \sum_{k=1}^K A_k \cos(kw_0 t - \phi_k) \quad (2.9)$$

Ces deux modèles se déclinent en deux versions. Dans la première, les paramètres restent constants au cours du temps, on l'appelle alors signal stationnaire. C'est le cas des représentations données ci-dessus par (2.8) et (2.9). La deuxième version correspond à une évolution temporelle des paramètres d'amplitudes, de fréquence et de phase. On le dit quasi-sinusoïdal [Dubost 2000], le modèle (2.8) devient :

$$x(t) = \sum_{k=1}^K A_k(t) \cos(w_k(t)t - \phi_k(t)) \quad (2.10)$$

$A_k(t)$, $w_k(t)$ et $\phi_k(t)$ sont respectivement les fonctions d'amplitude, de pulsation et de phase. Le modèle (2.9) devient :

$$x(t) = \sum_{k=1}^K A_k(t) \cos(kw_0(t)t - \phi_k(t)) \quad (2.11)$$

Un signal de FV va donc être représenté par l'un de ces modèles ajouté à un bruit d'observation $e(t)$, blanc, supposé stationnaire et centré (à moyenne nulle), d'où :

$$y(t) = x(t) + e(t) \quad (2.12)$$

On s'intéresse dans la suite à l'estimation de ces paramètres dans les deux cas stationnaire et non stationnaire.

2.3.2 Notion de fréquence instantanée

La Transformée de Fourier (TF) est un outil parfaitement adapté aux signaux stationnaires ; elle fournit une représentation globale des signaux. Ce n'est plus le cas quand il s'agit d'un signal non stationnaire représenté par le modèle (2.10) ou (2.11), qui présente des fréquences variant au cours du temps. Cette dépendance vis-à-vis du temps du contenu spectral, ne permet pas sa description simple via l'utilisation de la TF. D'où le besoin de méthodes plus spécifiques qui permettent une description conjointe à la fois en temps et en fréquence. Cette description est fournie par la notion de Fréquence Instantanée (FI) qui résume l'évolution temporelle du contenu spectral. Cette notion d'instantanéité décrit un comportement local, contrairement à la fréquence usuelle donnée par la TF. Généralement, la notion de fréquence est définie comme étant le nombre de cycles ou de périodes rencontrées au cours d'une unité de temps. Cependant, il était paradoxal d'associer le mot instantané à une fréquence. C'est pour cette raison que plusieurs études ont essayé d'éclairer et d'interpréter ce concept de FI.

Une étude historique de ces tentatives est présentée dans [Boashash 1992]. On rappelle les plus importantes. En 1937 [Carson 1937], Carson et Fry ont défini la FI dans le domaine des circuits électriques, à partir d'un signal à fréquence modulé, en l'écrivant sous la forme suivante :

$$y(t) = \exp \left(j \left(w_0 t + \lambda \int_0^t m(\tau) d\tau \right) \right) \quad (2.13)$$

avec

$$w_0 = 2\pi f_0$$

λ : Paramètre de modélisation

$m(t)$: signal basse fréquence à transmettre.

Ils ont généralisé la notion de la fréquence constante, en définissant la FI comme étant le taux de variation de la phase angulaire à un instant t , donnée par :

$$f_i(t) = f_0 + \frac{\lambda}{2\pi} m(t) \quad (2.14)$$

Ensuite en 1946 la même définition est proposée par Van der Pol [Van der Pol 1946] à partir d'un signal réel simple :

$$y(t) = a \cos(2\pi f t + \theta) \quad (2.15)$$

Si on considère la transformation de (2.15) en une modulation d'amplitude dont le signal de modulation est $g(t)$, la constante a devient $a(t)$:

$$a(t) = a_0 [1 + \mu g(t)] \quad (2.16)$$

d'une façon similaire il a défini la modulation de phase en remplaçant θ par $\theta(t)$:

$$\theta(t) = \theta_0 [1 + \mu g(t)] \quad (2.17)$$

L'argument du cosinus devient

$$\Phi(t) = 2\pi f t + \theta(t) \quad (2.18)$$

Afin de trouver une fréquence modulée, Van der Pol a constaté qu'il était incorrect de prendre simplement $f_i(t) = f_0 [1 + \mu g(t)]$ mais il a constaté qu'il suffisait de remplacer l'expression (2.15) par :

$$y(t) = a \cos \left[\int_0^t 2\pi f_i(\tau) d\tau + \theta(t) \right] \quad (2.19)$$

Ce qui conduit à retrouver la même définition de la FI :

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.20)$$

La définition la plus connue est celle de Gabor [Gabor 1946]. Il a proposé une méthode permettant de générer un signal unique complexe à partir d'un signal réel. Il l'appelle signal analytique, donné par la procédure suivante. Pour un signal réel $y(t)$ on déduit le signal analytique :

$$\begin{aligned} z(t) &= y(t) + jH[y(t)] \\ &= a(t) \exp(j\Phi(t)) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Où H est la transformée de Hilbert définie par :

$$H(y(t)) = \frac{1}{\pi t} * y(t) \quad (2.22)$$

L'intégrale de la convolution étant prise en valeur principale.

Nous rappelons que le spectre du signal analytique $z(t)$ associé à $y(t)$ est donné par :

$$\begin{cases} Z(f) = 0 & \text{pour } f < 0 \\ Z(f) = 2Y(f) & \text{pour } f \geq 0 \end{cases} \quad (2.23)$$

Où $Y(f)$ est le spectre d'amplitude du signal réel $y(t)$

L'intérêt de l'utilisation du signal analytique est qu'il permet de définir un moment fréquentiel d'ordre n donné par :

$$\langle f^n \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f^n |Z(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{+\infty} |Z(f)|^2 df} \quad (2.24)$$

Nous remarquons que si le spectre du signal réel était utilisé dans la relation (2.24), sa parité rendrait toutes les moyennes d'ordre impair nulles.

En 1948, [Ville 1948], Ville a unifié le travail fait par Fry et Gabor, et définit enfin la FI d'un signal

$$y(t) = a(t) \cos(\Phi(t)) \quad (2.25)$$

telle que

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} [\arg z(t)] \quad (2.26)$$

où $z(t)$ est le signal analytique de Gabor. De plus, il a démontré que la définition de la moyenne de la fréquence donnée par (2.24) en prenant ($n = 1$) équivaut à la moyenne temporelle $\langle f_i \rangle$ telle que :

$$\langle f_i \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f_i(t) |z(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |z(t)|^2 dt} \quad (2.27)$$

À partir de ces deux résultats Ville a proposé une distribution temps-fréquence connue sous le nom de Distribution de Wigner Ville : (DWV)

$$DWV(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} z(t + \tau/2) z^*(t - \tau/2) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (2.28)$$

On en déduit la définition générale de la FI comme étant la moyenne d'ordre un de la DWV :

$$f_i(t) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f |DWV(t, f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{+\infty} |DWV(t, f)|^2 df} \quad (2.29)$$

La $DWV(t, f)$ peut être remplacée par n'importe quelle représentation temps fréquence telle que le spectrogramme.

Selon B. Tacer et J. Loughlin dans [Tacer 1995], quand le signal est muti-composantes, l'interprétation de la FI reste valable sous certaines conditions. Il a été démontré dans [Loughlin 1997] que pour un signal à deux composantes sinusoïdales :

$$y(t) = A_1 e^{jw_1 t} + A_2 e^{jw_2 t} \quad (2.30)$$

La dérivée de sa phase est :

$$\dot{\varphi}(t) = \frac{1}{2}(w_1 + w_2) + \frac{1}{2}(w_2 - w_1) \frac{A_2^2 - A_1^2}{A^2(t)} \quad (2.31)$$

$$\text{Avec } A^2(t) = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos((w_2 - w_1)t) \quad (2.32)$$

La seule condition pour que la FI garde la définition (2.26), est que les amplitudes A_1 et A_2 soient égales. Dans notre application, les signaux de fibrillation sont supposés décomposables en une somme de p sinusoïdes d'amplitudes différentes. Ceci ne nous permettra pas d'interpréter la FI comme étant la moyenne des fréquences (2.31). C'est pourquoi nous utiliserons des méthodes d'estimation des fréquences qui n'utilisent pas cette notion de FI. Cependant, pour simuler des signaux non stationnaires permettant l'évaluation des différentes méthodes rencontrées nous utiliserons cette notion de FI (2.26) tels que :

$$y(t) = \cos(\varphi(t)) \quad (2.33)$$

De plus la fréquence moyenne obtenue à partir du spectre du signal (2.24) sera calculée lorsque la TF sera appliquée à l'ensemble du signal FV filtré passe bas.

2.3.3 Modèle paramétrique

Il est montré dans [Kay1988], que l'observation d'un processus stochastique à moyenne nulle, peut être dans le cas stationnaire assimilée à une décomposition appelée « décomposition Wold » : cette décomposition suppose que le signal $y(t)$ peut être associé à la sortie d'un filtre linéaire causal qui admet pour entrée un bruit blanc $u(t)$, défini par la relation suivante :

$$y(t) = \sum_{i=0}^{+\infty} h_i u(t-i) \quad (2.34)$$

Il est montré ensuite dans [Grenier 1981] que ce filtre de type IIR (Infinite Impulse Response), peut être remplacé par un modèle autorégressif à moyenne ajustée ARMA (AutoRégressive Moving Average), qui admet un nombre fini de paramètres.

Les observations correspondent donc à la sortie du système recevant comme entrée un signal $u(t)$.

La relation entre le signal d'entrée et le signal de sortie est donnée par l'équation récurrente suivante :

$$y(t) = a_1 y(t-1) + \dots + a_n y(t-n) + b_1 u(t-1) + \dots + b_m u(t-m) + e(t) \quad (2.35)$$

$e(t)$ représente l'erreur due aux caractères non spécifiés du système.

Un opérateur utile pour l'écriture de l'équation différentielle est conventionnellement défini par q^{-1} , que l'on appelle opérateur de retard et qui est défini par la relation suivante:

$$q^{-1}y(t) = y(t-1) \quad (2.36)$$

L'expression (2.35) devient :

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + e(t) \quad (2.37)$$

avec $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ deux polynômes définis par :

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} \dots + a_nq^{-n} \quad (2.38)$$

$$B(q^{-1}) = b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_nq^{-n} \quad (2.39)$$

En définissant le vecteur de paramètre θ tel que :

$$\theta^T = (a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n) \quad (2.40)$$

et en introduisant le vecteur de régression des entrées et des sorties donné par :

$$\varphi^T(t) = (y(t-1), \dots, y(t-n), u(t-1), \dots, u(t-m)) \quad (2.41)$$

L'équation (2.35) s'écrit alors sous la forme suivante :

$$y(t) = \theta^T \varphi(t) + e(t) \quad (2.42)$$

Le vecteur θ est ainsi estimé à partir des mesures de $y(t)$ et $\varphi(t)$ pour $t=1, \dots, N$, avec N le nombre des observations.

On remarque aussi, que lorsque le signal possède des raies spectrales, et d'après la méthode de Prony [Porat 1994], que les observations $y(t)$ correspondent à la sortie d'un système à entrée nulle. Le modèle (2.35) devient :

$$y(t) = \sum_{i=1}^p a_i y(t-i) + e(t), \quad p+1 \leq t \leq N \quad (2.43)$$

Les coefficients a_i sont appelés paramètres AR du modèle (2.43) qu'on le redéfinit dans le domaine des transformées en z (TZ) par l'expression suivante :

$$Y(z) = Y(z) \left(\sum_{k=1}^p a_k z^{-k} \right) + E(z)$$

$$Y(z) = H(z) E(z)$$

où $Y(z)$ et $E(z)$ sont respectivement la TZ de $y(t)$ et $e(t)$.

La fonction de transfert est donnée par :

$$H(z) = \frac{1}{1 - \sum_{k=1}^p a_k z^{-k}} = \frac{1}{\prod_{k=1}^p (1 - z_k z^{-1})} = \frac{1}{A(z^{-1})} \quad (2.44)$$

Comme nous le verrons dans la suite, les fréquences du signal apparaissent dans les racines du polynôme $A(z^{-1})$ donné par l'équation(2.44).

Dans la suite on s'intéresse à l'estimation de la fréquence fondamentale du signal de FV, afin de la comparer avec la période réfractaire donnée par le médecin. Il existe trois cas principaux associés à l'estimation de fréquences :

Estimation d'une seule fréquence : le signal est constitué d'une seule composante.

Estimation des harmoniques : le signal est constitué d'une somme de sinusoïdes dont les fréquences sont multiples de la fréquence fondamentale.

Estimation des fréquences d'un signal à composantes multiples : les fréquences ne sont plus liées par la relation d'harmonicité.

Il y a deux catégories d'algorithmes d'estimation de la fréquence.

- *Estimation en différé* : la fréquence est obtenue pour un nombre fixe d'observations.

- *Estimation en ligne* : elle permet des estimations adaptatives et récursives, fournissant une analyse temps-réel.

Cette dernière classe d'algorithmes d'estimation est particulièrement importante, et peut être utilisée dans les problèmes de poursuite de fréquences. L'estimation en différé ne peut être utilisée pour le suivi de la fréquence que lorsque la variation de celle-ci est lente dans des périodes de temps bien définies. Ce problème d'estimation peut être abordé sous les aspects paramétriques ou non paramétriques.

2.3.4 Estimation des fréquences d'un signal dans le cadre non paramétrique

Cette classe d'estimateurs se décompose en approches locale et globale. Ces estimateurs ne seront pas vraiment utilisés dans notre application, sauf éventuellement le périodogramme, c'est pourquoi nous les présentons brièvement ci-dessous.

Cette approche dite non paramétrique ou semi paramétrique est basée sur la notion de régression non paramétrique. Elle est définie par le modèle d'observation [Efromovitch 99] et [Dubost 2001], défini par :

$$Y_i = m(x_i) + e_i$$

Où m est la fonction à estimer et x_i l'abscisse de l'observation Y_i ($i=1...N$) avec N le nombre d'observations. Cette estimation peut être réalisée selon deux méthodes :

Les méthodes globales : dans ce cas on suppose que l'estimation est faite selon des modèles de régression souvent linéaire, qui se distinguent par le choix des régresseurs. En général ce sont des régresseurs orthogonaux ; dans ce cas nous citons les bases de sinusoides ou d'ondelettes ou bien des régresseurs partiellement orthogonaux nommés spline. Dans le cas d'un signal non stationnaire le choix de la base n'est pas un problème trivial. Une solution consiste à écrire la fonction m sous la forme d'un polynôme d'ordre un peu élevé.

Les méthodes locales : dans ce cas l'estimation est faite à l'aide de la moyenne pondérée des observations situées autour de l'abscisse x_i ; pour cela on trouve les estimateurs à noyau définis par :

$$\hat{m}_h(x_i) = \frac{1}{N_h} \sum_{t=1}^T K_h(x_t - x_i) y(t) \quad (2.45)$$

où K est une fenêtre de pondération : il s'agit d'une fonction positive symétrique telle que

$$\int_{-1}^1 K(u) du = 1 \quad (2.46)$$

et

$$K_h(x) = \frac{K(x/h)}{h} \quad (2.47)$$

Le paramètre h contrôle la taille de la fenêtre. Cette technique d'estimation a été utilisée par Riedel pour estimer la FI [Riedel 1994], cependant il y est affirmé que la méthode est coûteuse en calculs, ce qui nous éloigne de toutes approches temps-réel.

A cette dernière approche qui est locale on peut lui opposer une approche globale qu'est le périodogramme. Pour un processus $x(t)$ stationnaire et ergodique, sa fonction d'autocorrélation et sa densité spectrale de puissance sont définies par :

$$\gamma(\tau) = E(x(t)x(t+\tau)), \tau \in Z \quad (2.48)$$

et

$$S(f) = \sum_{\tau \in Z} \gamma(\tau) e^{-j2\pi f \tau} = E \left\{ \frac{1}{N} \left| \sum_{t=0}^{N-1} x(t) e^{-j2\pi f t} \right|^2 \right\} \quad (2.49)$$

Une des estimations non paramétriques du spectre est le périodogramme. C'est une méthode utilisant directement le signal et définie comme étant le module au carré de la TF discrète des observations :

$$I_N(f) = \frac{1}{N} \left| \sum_{t=0}^{N-1} x(t) e^{-j2\pi f t} \right|^2 \quad (2.50)$$

Une illustration de cet estimateur est fournie dans la figure 2.9. Elle représente le périodogramme du signal de FV de la figure 2.3. La fréquence correspondant au pic le plus élevé, reflète la fréquence fondamentale du signal de FV. On constate que le spectre se compose de trois raies : nous pouvons en déduire que l'hypothèse considérant le signal de FV comme la superposition de sinusoïdes (voir paragraphe 2.2.3), est réaliste. Cette technique a été largement utilisée dans le domaine du traitement des ECG [Shkurovich 1998], [Holm 1998] et [Bollmann 1998]

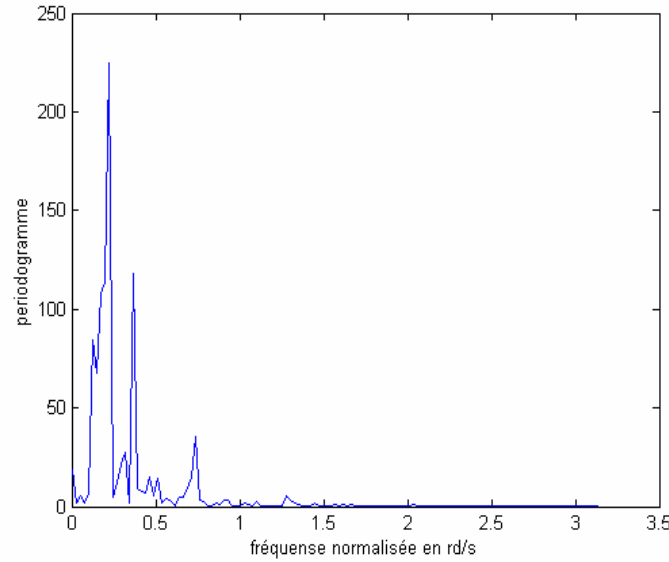


Fig. 2.9 Le périodogramme du signal présenté dans la figure 2.3

2.4 Estimation des paramètres du signal de FV dans le cas stationnaire

2.4.1 Méthode du Maximum de vraisemblance

Pour une série de N observations d'un signal composé de sinusoïdes bruité par un bruit blanc Gaussien, on écrit le modèle suivant :

$$y(t) = x(t) + e(t) \quad (2.51)$$

avec $x(t)$ défini par l'expression (2.8).

On définit le vecteur β , qui contient les paramètres inconnus par:

$$\beta = [w_1, w_2, \dots, w_K, A_1, A_2, \dots, A_K, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_K]^T \quad (2.52)$$

L'estimation de ces paramètres se fait en deux étapes :

1^{ère} étape : L'estimation des fréquences du signal.

2^{ème} étape : A partir des fréquences estimées, on trouve les amplitudes et les phases des sinusoïdes à l'aide d'une reparamétrisation des variables.

Dans le modèle (2.51) le bruit $e(t)$ est supposé blanc Gaussien et de variance σ^2 . En développant l'équation (2.51), on trouve :

$$y(t) = \sum_{k=1}^K A_k \left(\cos(w_k t) \cos(\phi_k) + \sin(w_k t) \sin(\phi_k) \right) \quad (2.53)$$

On pose :

$$\begin{aligned} a_k &= A_k \cos(\phi_k) \\ b_k &= A_k \sin(\phi_k) \end{aligned} \quad (2.54)$$

On trouve :

$$y(t) = \sum_{k=1}^K \left(a_k \cos(w_k t) + b_k \sin(w_k t) \right) + e(t) \quad (2.55)$$

La démarche proposée dans [Porat 1994] correspond au développement suivant :

On estime d'abord les paramètres a_k, b_k, w_k, σ^2 . Afin de trouver les amplitudes A_k et les phases ϕ_k qui sont données par les expressions suivantes :

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad (2.56)$$

$$\phi_k = \arctan\left(\frac{b_k}{a_k}\right) \quad (2.57)$$

L'écriture matricielle associée à $y(t)$ (donnée par l'équation (2.55) pour N observations ($t = 1 : N$) est donnée par :

$$Y_N = H(w)a + E_N \quad (2.58)$$

avec :

$$\begin{aligned} w &= [w_1, w_2, \dots, w_K] \\ a &= [a_1, a_2, \dots, a_K, b_1, b_2, \dots, b_K]^T \\ H(w) &= \left[(Hc)_{t,k}, (Hs)_{t,k} \right], \text{ pour } t = 1 \dots N \text{ et } k = 1 \dots K \\ &\text{avec} \\ (Hc)_{t,k} &= \cos(w_k t) \\ (Hs)_{t,k} &= \sin(w_k t) \end{aligned} \quad (2.59)$$

Lorsque le log de la fonction de vraisemblance (f_Θ) de Y_N est multiplié par -1, on obtient :

$$-\frac{2}{N} \log f_\theta(Y_N) = \log(2\pi) + \log(\sigma^2) + \frac{1}{N\sigma^2} [Y_N - H(w)a]^T [Y_N - H(w)a] \quad (2.60)$$

On définit respectivement dans la suite \hat{a} et \hat{w} , les estimateurs de maximum de vraisemblance de a et de w . La maximisation de (2.60) par rapport à a nous donne :

$$\hat{a} = \left[H(w)^T H(w) \right]^{-1} H(w)^T Y_N \quad (2.61)$$

puis en maximisant (2.60) par rapport à σ^2 , on obtient :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \left[Y_N - H(w) \hat{a} \right]^T \left[Y_N - H(w) \hat{a} \right] \quad (2.62)$$

En remplaçant ces deux termes dans l'expression (2.60) et en définissant la matrice X par :

$$X = \left[1_N - H(w) \left(H(w)^T H(w) \right)^{-1} H(w)^T \right] \quad (2.63)$$

avec 1_N La matrice identité

on trouve :

$$-\frac{2}{N} \log(f_{\Theta}(Y_N)) = \log(2\pi) + \log \left\{ \frac{1}{N} Y_N^T \left[X^T \times X \right] Y_N \right\} + 1 \quad (2.64)$$

La matrice X est l'opérateur de projection sur le complément orthogonal de l'espace colonne de H , cette matrice est donc symétrique et est égale à son carré. Il en résulte donc :

$$-\frac{2}{N} \log(f(Y_N)) = \log(2\pi) + \log \left\{ \frac{1}{N} Y_N^T \left[1_N - H(w) \left(H(w)^T H(w) \right)^{-1} H(w)^T \right] Y_N \right\} + 1 \quad (2.65)$$

Minimiser la fonction donnée par l'expression (2.65) par rapport à w , revient à maximiser la fonction suivante :

$$C(w) = Y_N^T \left[H(w) \left(H(w)^T H(w) \right)^{-1} H(w)^T \right] Y_N \quad (2.66)$$

On conclut que le maximum de vraisemblance de w est obtenu par la maximisation d'une fonction non linéaire en w . En considérant que cette maximisation peut se faire, on substitue alors \hat{w} dans l'expression de \hat{a} et de $\hat{\sigma}^2$.

On remarque que la difficulté de cette procédure est la maximisation non linéaire du critère donné dans l'équation (2.66). La procédure [Porat 1994] se base sur l'approximation de la fonction coût $C(w)$ telle que :

$$C(w) \approx \frac{2}{N} Y_N^T \left[H_c H_c^T + H_s H_s^T \right] Y_N \quad (2.67)$$

$$c(w) \approx \frac{2}{N} \sum_{m=1}^K \left[\left(\sum_{t=0}^{(N-1)} y_t \cos(w_m t) \right)^2 + \left(\sum_{t=0}^{(N-1)} y_t \sin(w_m t) \right)^2 \right] \quad (2.68)$$

$$= \frac{2}{N} \sum_{k=1}^K \left| \sum_{t=0}^{N-1} y_t \exp(-jw_k t) \right|^2 \quad (2.69)$$

On remarque que la somme ne change pas si on la multiplie par le terme $\exp\left(\frac{-jw_k(N-1)}{2}\right)$ car son module vaut 1.

Ainsi (2.69) devient :

$$C(w) \approx \frac{2}{N} \sum_{k=1}^K \left| \sum_{t=0}^{N-1} y_t \exp(-jw_m t) \right|^2 = 2 \sum_{k=1}^K I(w_k) \quad (2.70)$$

où $I(w)$ représente le périodogramme du signal. La maximisation de (2.70) est rarement abordée. On préférera en général la recherche des plus grandes valeurs de $I(w)$ comme on l'observe dans la figure 2.9.

2.4.2 Les méthodes sous espaces

2.4.2.1 La méthode de Prony

Cette méthode est un cas particulier des algorithmes d'identification paramétrique cités ci-dessus. Elle est basée sur deux hypothèses :

- (1) les paramètres à identifier sont définis par une équation récurrente linéaire.
- (2) on observe directement la réponse impulsionnelle du système.

On considère le signal sinusoïdal défini dans (2.8) ; une autre écriture de ce modèle peut être donnée :

$$x(t) = \sum_{k=1}^p [b_k Z_k^n + b_k^* Z_k^{n*}] \quad (2.71)$$

avec :

$$b_k = \frac{A_m}{2} e^{j\phi_k} \quad (2.72)$$

et

$$Z_k = e^{jw_k} \quad (2.73)$$

(* représente le complexe conjugué).

Le problème d'estimation des valeurs b_k et Z_k , revient à minimiser l'erreur d'estimation $v(t) = y(t) - x(t)$, Cette minimisation est délicate à cause de la dépendance non linéaire entre Z_k et $v(t)$. Prony propose alors de transformer ce problème en une estimation linéaire [Meyer 1989].

En cherchant à minimiser l'erreur E_p définie comme la somme d'une combinaison linéaire de $v(t)$ au carré :

$$E_p = \sum_{t=p+1}^{N-p} (e_t^2) \quad (2.74)$$

avec

$$e_t = \sum_{m=0}^{2p} a_m v(m+t-p) \quad (2.75)$$

pour $t = 1 \dots N$

Les paramètres a_m initialement inconnus sont liés aux fréquences des sinusoides comme étant les coefficients du polynôme suivant :

$$\Phi(Z) = \prod_{k=1}^p (1 - 2 \cos w_k Z^{-1} + Z^{-2}) = \sum_{k=0}^{2p} a_k Z^{-k} ; a_0 = 1 \quad (2.76)$$

Z_m et Z_m^* étant les racines de ce polynôme, on trouve :

$$\sum_{m=0}^{2p} a_m x(m+t-p) = 0 \quad (2.77)$$

et donc

$$e_t = \sum_{m=0}^{2p} a_m y(m+t-p) \quad (2.78)$$

Par définition les racines Z_m et Z_m^* doivent avoir des modules égaux à 1 ce qui montre que si Z est une racine alors $\frac{1}{Z}$ l'est aussi d'où la symétrie des coefficients c'est à dire $a_m = a_{2p-m}$ pour $m = 1, \dots, p-1$.

La minimisation de (2.74) équivaut à l'annulation de (2.78), ce qui nous permet d'écrire :

$$\sum_{m=0}^{2p} a_m (y(m+t-2p)) = 0 \quad (2.79)$$

En utilisant cette symétrie des coefficients cette expression devient :

$$\sum_{m=0}^{2p} a_{2p-m} (y(m+t-2p)) = 0 \quad (2.80)$$

En choisissant $a_{2p} = 1$ et donc $a_0 = 1$, (2.80) donne :

$$y(t) + \sum_{m=1}^{2p} a_m y(t-m) = 0 \quad (2.81)$$

L'estimation des p fréquences du signal s'obtient par la résolution du système linéaire:

$$\tilde{y} + Ma = 0 \quad (2.82)$$

$$\tilde{y} = [y(2p), y(2p+1), \dots, y(N-1)]$$

La matrice M définie dans l'équation (2.83) est de dimension $(N-L) \times (L)$ avec $L = 2p$.

$$\begin{bmatrix} y(2p) \\ y(2p+1) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y(2p-1) & y(2p-2) & \dots & y(0) \\ y(2p) & y(2p-1) & \dots & y(1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(N-2) & y(N-3) & \dots & y(N-2p-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{2p} \end{bmatrix} = 0 \quad (2.83)$$

Les coefficients a_m étant calculés, les estimateurs \hat{w}_k des pulsations se déduisent du calcul des racines Z_k et Z_k^* . Ces racines doivent donc toutes être sur le cercle unité par paires conjuguées : $e^{\pm jw_k}$.

Les fréquences sont simplement les angles des racines complexes.

La méthode de Prony est basée sur l'hypothèse que $y(t)$ est sans bruit additif; dans ce cas les paramètres estimés sont exacts. Dans le cas bruité, cette méthode perd de son efficacité. Les performances de cette méthode se dégradent rapidement et les racines de $\Phi(Z)$ ne sont plus sur le cercle unité.

Dans le but d'améliorer la méthode de Prony, on augmente l'ordre du polynôme annulateur. Les racines supplémentaires modéliseront uniquement le bruit ajouté ce qui aura pour effet de réduire l'effet du bruit sur les racines des sinusoides. Cette idée est exploitée par la méthode de Tufts et Kumaresan.

2.4.2.2 Méthode de Tufts Kumaresan

Dans le cas sans bruit, quand $L = 2p$, la solution du précédent système est unique donnant les coefficients a_m . Quand $L > 2p$ le rang de M reste $2p$ car $y(t)$ est défini par (2.81).

La décomposition en valeurs singulières (SVD) de la matrice M est la suivante :

$$M = U \bar{\Sigma} V^T = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T & V_2^T \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

Les éléments de la matrice diagonale Σ sont les valeurs singulières strictement positives de M et sont rangées dans un ordre décroissant sur la diagonale principale.

Les colonnes des deux matrices U_1 et V_1 sont respectivement les vecteurs singuliers droits et les vecteurs singuliers gauches, leurs nombres ne dépendent pas de la dimension de M mais de son rang. M peut donc s'écrire :

$$M = U_1 \Sigma V_1^T \quad (2.85)$$

Supposant qu'il existe au moins une solution pour l'équation (2.83), on écrit alors :

$$\Rightarrow U_1 \Sigma V_1^T a + \tilde{y} = 0 \quad (2.86)$$

En tenant compte de l'orthonormalité de U et en multipliant par U_1^T

$$\Sigma V_1^T a + U_1^T \tilde{y} = 0 \quad (2.87)$$

(Σ est une matrice carrée non singulière)

$$\Rightarrow V_1^T a = -\Sigma^{-1} U_1^T \tilde{y} \quad (2.88)$$

(en tenant compte de l'orthonormalité de V et en multipliant par V_1

$$\Rightarrow a = -V_1 \Sigma^{-1} U_1^T \tilde{y} \quad (2.89)$$

Cette solution est bien ce qu'on appelle la solution de norme minimale de l'équation (2.86), $V_1 \Sigma^{-1} U_1^T$ s'appelle la pseudo inverse de M . L'algorithme de Tufts Kumaresan est alors donné par la procédure suivante.

Dans le cas où le signal contient du bruit, la matrice Σ va avoir les $2p$ premières valeurs singulières associées au signal tandis que celles associées aux bruits correspondront aux $L-2p$ valeurs singulières restantes.

Dans le cas bruité, M s'exprime par :

$$M = U \bar{\Sigma} V^T = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & \Sigma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T & V_2^T \end{bmatrix} \quad (2.90)$$

L'idée de Tufts Kumaresan est de forcer les valeurs de Σ_2 à zéro puis de calculer la pseudo inverse de cette nouvelle matrice.

Ensuite, il faut sélectionner parmi les L racines du polynôme $\Phi(Z)$ les $2p$ racines correspondants aux fréquences recherchées.

En remarquant que dans le cas sans bruit on trouve les racines sur le cercle unité, Tufts et Kumaresan ont supposé que dans le cas d'un bruit faible les racines qui nous intéressent seront proches du cercle unité.

Pour que la méthode soit efficace, L doit être un assez grand multiple de p , ($L > 10p$) et tel

$$\text{que } L = \frac{3}{4}N$$

2.4.2.3 L'algorithme MUSIC (Multiple Signal Classification)

La méthode MUSIC fait partie des méthodes appelées sous espaces [Ferrari (a) 1992]. Elle est très utilisée en estimation de fréquences. Elle est basée sur la décomposition en valeurs et vecteurs propres de la matrice de covariance. Elle permet d'améliorer la robustesse des approches comme celle de Prony.

On part du modèle défini par

$$y(t) = x(t) + v(t) \quad (2.91)$$

avec $x(t)$ donné par :

$$x(t) = \sum_{k=1}^K a_k e^{j(w_k t + \phi_k)} \quad (2.92)$$

Une modélisation équivalente à celle donnée par la méthode de Prony où la matrice M (2.82) devient une matrice $V(w)$, qui dépend des paramètres inconnus $w = (w_1, w_2, \dots, w_K)$, on définit le nouveau modèle suivant

$$y_t = x_t + v_t \quad (2.93)$$

$$x_t = V(w)u_t \quad (2.94)$$

avec

$$y_t = \begin{pmatrix} y(t) \\ \vdots \\ y(t+N-1) \end{pmatrix} \quad (2.95)$$

et

$$u_k = \begin{pmatrix} a_1 e^{j(w_1 t + \phi_1)} \\ a_2 e^{j(w_2 t + \phi_2)} \\ \vdots \\ a_K e^{j(w_K t + \phi_K)} \end{pmatrix} \quad (2.96)$$

$$V = \begin{pmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ e^{jw_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & e^{jw_K} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ e^{j(N-1)w_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & e^{j(N-1)w_K} \end{pmatrix} \quad (2.97)$$

Ce type de modélisation est commun à un grand nombre de domaines tels que le traitement d'antennes [Ralph 1986].

La matrice de covariance de y_t est donné par :

$$R = E(y_t y_t^H) \quad (2.98)$$

Cette matrice est estimée à partir d'une réalisation de N points par

$$R = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N y_k y_k^H \quad (2.99)$$

On suppose que x_t et v_t sont indépendants, on en déduit :

$$R = R_x + R_v \quad (2.100)$$

On peut donc interpréter R comme étant la somme d'un sous espace signal E_s de dimension p , engendré par les vecteurs propres associé aux p plus grands valeurs propres de R et d'un sous espace bruit E_v de dimension $(M - p)$, engendré par les vecteurs propres associé aux $(M - p)$ valeurs propres restant. La solution w consiste alors à chercher l'intersection entre le sous espace E_s et celui

de $V(w)$ ce qui revient à minimiser la distance entre les deux [Ferrarri (b) 1992]. Dans le cas ou le $w_k = kw_0$, w_0 est obtenue par la maximisation du critère suivant:

$$P_{MUSIC}(w) = Dist(w) = \left| V(w)^H E_s \right|^2 \quad (2.101)$$

$|\cdot|$ représente le déterminant.

2.5 Cas d'estimation du fondamental

L'analyse cepstrale est une technique très fréquemment utilisée pour la détermination de la fréquence fondamentale d'un signal harmonique, en particulier les signaux sonores. Son principe repose sur l'hypothèse que le signal y d'observation correspond à la convolution de la source x par une réponse impulsionnelle b correspondant au système observé :

$$y = x * b$$

Le cepstre permet de séparer x et b par déconvolution. D'abord en appliquant la transformée en Z :

$$TZ(y) = TZ(x) \times TZ(b) \quad (2.102)$$

Ensuite ce produit est transformé en somme par application du logarithme au module de la transformée en Z :

$$\text{Log}(|TZ(y)|) = \text{Log}(|TZ(x)|) + \text{Log}(|TZ(b)|) \quad (2.103)$$

Enfin le cepstre est obtenu en appliquant la transformée en Z inverse.

Lorsque z est remplacé par $e^{j\omega}$ on obtient la TF discrète. Dans les relations précédentes TZ peut donc être remplacée par TF (Transformée de Fourier). En choisissant pour entrée x un peigne de Dirac dont l'inverse de la période correspond à la fréquence fondamentale du signal observé, le résultat de (2.103) fait alors apparaître un signal périodique plus un signal centré autour de $f = 0$. La TF inverse de ce résultat fera donc apparaître un cepstre dont la fréquence principale correspondra au fondamental. Cette technique, utilisée en analyse de la parole, fournit de bons résultats à condition que le support de la TF de b soit suffisamment grand vis-à-vis de l'inverse de la période du peigne de Dirac. Cette propriété n'étant pas pleinement respectée dans notre application, cette technique ne donnera pas de résultats satisfaisants.

2.5.1 Compression spectrale

Le principe est de cumuler à partir d'un spectre d'amplitudes, les composantes harmoniques relatives à la fréquence fondamentale recherchée.

La compression consiste donc à appliquer une homothétie de rapport entier à l'échelle des fréquences puis à sommer les spectres comprimés ; le résultat attendu par cette méthode est que les amplitudes des harmoniques s'ajoutent à la fréquence fondamentale et non aux autres fréquences [Doval 1994].

Le spectre compressé $CS(w_0)$, est un spectre d'amplitude. Il sera caractérisé par la somme suivante

$$CS(w_0) = \sum_{i=1}^{n(w_0)} |\tilde{s}_i(w_0)| \quad (2.104)$$

tel que $\tilde{s}_i(w_0) = \tilde{s}(i * w_0)$ est le spectre comprimé d'un facteur i et $n(w_0)$ est le nombre d'harmoniques.

Le spectre \tilde{s} peut être pris en échelle linéaire ou échelle logarithmique, dans ce cas le maximum de la somme (2.104) correspondra à la fréquence fondamentale cherchée.

Nous pouvons remarquer que cette approche, qui est introduite de façon empirique dans la littérature, est similaire au résultat obtenu à partir de l'estimateur du maximum de vraisemblance d'une fréquence w_0 . En effet, si nous reprenons l'expression (2.70) et en tenant compte de l'harmonicité ($w_m = mw_0$), cette expression devient :

$$C(w_0) = 2 \sum_{m=1}^M I(mw_0) \quad (2.105)$$

Ce qui, à une racine carrée près, correspond au résultat de l'équation (2.104). On peut donc s'attendre à de bonne performance dans l'utilisation de cet estimateur.

Pour illustrer ce résultat nous présentons une simulation. Soit $y(t)$ le signal simulé tel que :

$$y(t) = 0.5 \cos(0.2t) + \cos(0.4t) + 0.3 \cos(0.6t) + e(t) \quad (2.106)$$

$e(t)$ est un bruit blanc Gaussien, tel que le rapport signal bruit (SNR=10 dB). Nous représentons dans la figure 2.10 le périodogramme du signal défini dans (2.106). Nous observons des raies aux différentes pulsations du signal : $w_1 0.2 \text{ rd/s}$, $w_2 0.4 \text{ rd/s}$ et $w_3 0.6 \text{ rd/s}$.

Nous observons que le pic d'amplitude maximale correspond à la fréquence de la composante sinusoïdale ayant l'amplitude la plus grande. Dans ce cas, l'estimation du fondamental ne peut pas être trouvée par la recherche du maximum du périodogramme. Ce problème est résolu par la technique du spectre compressé, présentée dans la figure 2.11, où la fréquence associée au pic le plus élevé est celle du fondamental.

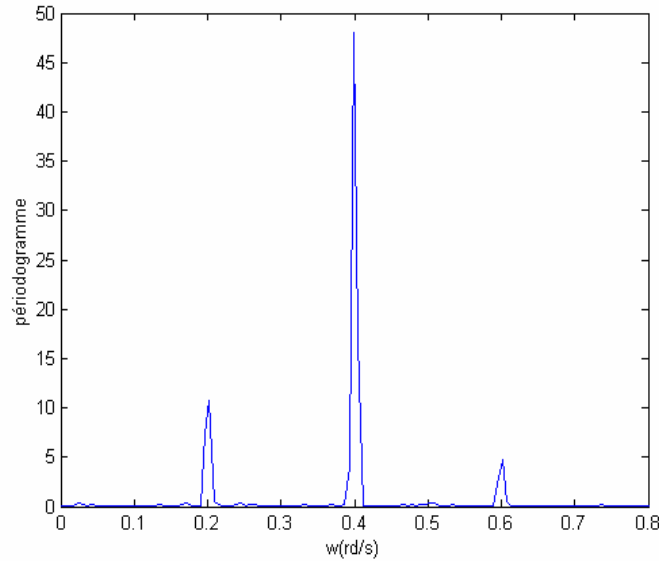


Fig. 2.10 : Le périodogramme du signal $y(t)$

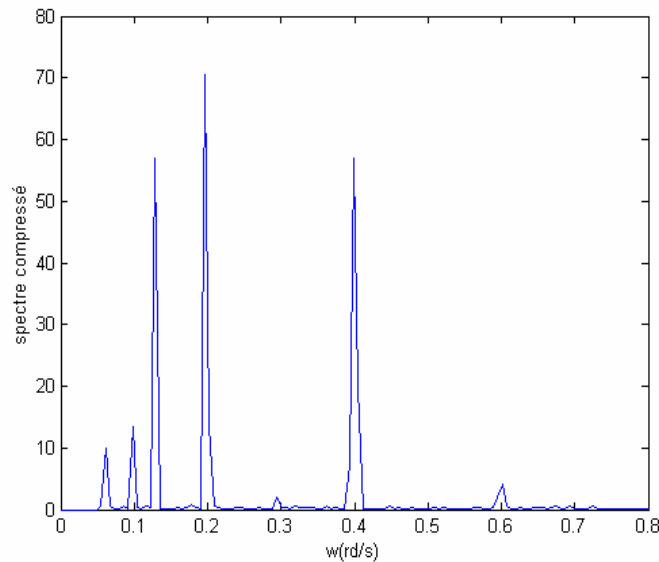


Fig. 2.11 : Le spectre compressé du signal $y(t)$

2.6 Etude des performances :

Afin d'explorer les propriétés du signal de FV, nous allons évaluer les méthodes précédentes sur 37 épisodes de FV. Ces signaux sont recueillis à l'hôpital Pasteur de Nice, en interne lors de tests de défibrillateurs implantés. Ces épisodes sont différents tant en durée qu'en organisation. En effet, leurs durées varient de 2 à 15 secondes, et ils présentent des formes ou motifs différents plus au moins répétitifs. Nous représentons dans la figure 2.12, 3 types différents de signaux de FV, pour 3 sujets. D'un point de vue physiologique, la fréquence fondamentale ne peut être strictement constante. Ce point a déjà été démontré chez l'homme dans quelques publications [Patwardhan 2000], [Clayton

1994] et pour des durées d'épisodes relativement longues. Nos enregistrements sont constitués d'épisodes de courtes durées ce qui entraîne une variation faible de la fréquence fondamentale dans cet épisode. Ce point montre la difficulté du choix d'une méthode d'analyse qui peut être soit stationnaire et qui dans ce cas peut occulter une variation de fréquence informative, soit non stationnaire dont la variance d'estimation des quantités variants dans le temps ne permet pas de tirer des informations pertinentes. On retrouve ici le problème classique qui consiste à choisir entre une minimisation de la variance d'estimation qui autorise un biais et le meilleur estimateur lorsque l'on impose un biais nul.

Les a priori physiologiques que nous possédons nous amène à simuler un signal de FV dont la fréquence varie de façon réaliste et faiblement dans le temps. Nous comparerons alors les résultats issus des méthodes stationnaires et non stationnaires.

N'ayant évidemment pas à notre disposition la réelle variation de la fréquence fondamentale, nous utiliserons une méthode non stationnaire pour l'estimer. Ce point est discutable car il oriente les résultats sous un a priori fort. Cependant les différents résultats nous informent de façon correcte quant aux performances des méthodes. La variation de la fréquence fondamentale de chaque FV simulée sera déduite des résultats fournis par les méthodes itératives (l'algorithme du filtre Peigne) que nous détaillerons dans la partie suivante. On trouve dans la figure 2.13 la fréquence $f_0(t)$ estimée à l'aide des méthodes itératives pour les 3 enregistrements de la figure 2.12.

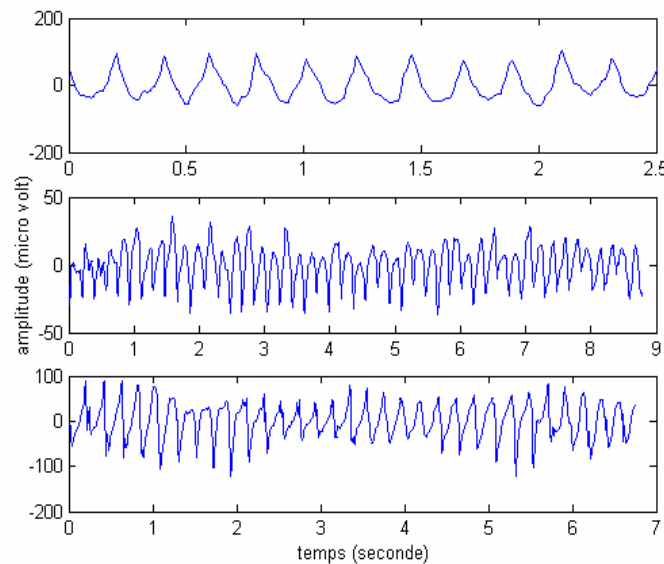


Fig. 2.12 : Épisodes de fibrillation pour 3 sujets différents

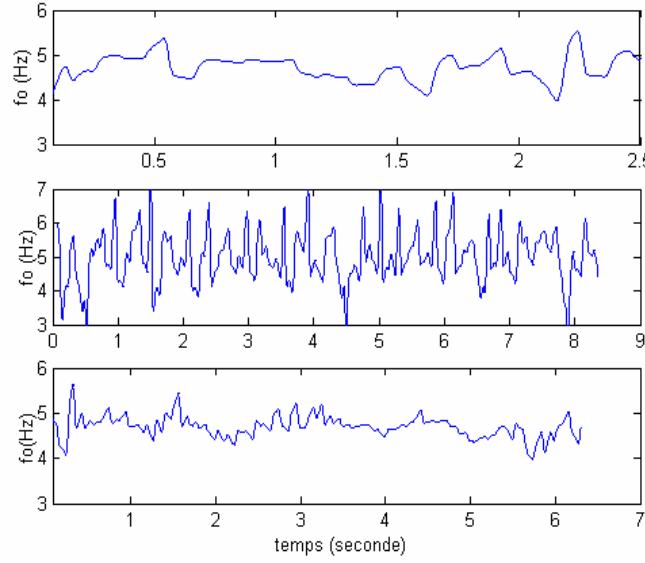


Fig. 2.13 : Variation d'une fréquence fondamentale $f_0(t)$

Afin de comparer les performances des méthodes présentées dans la partie précédente, nous générons un signal synthétique faiblement bruité (35 dB) similaire au bruit observé sur les signaux réels de FV. Les signaux simulés sont obtenus par la somme de deux composantes sinusoïdales, un fondamental plus une harmonique:

$$y(t) = \cos(\varphi(t)) + 0.4 \cos(2\varphi(t)) \quad (2.107)$$

avec

$$f_0(t) = \frac{\varphi'(t)}{2\pi}$$

avec $f_0(t)$ la fréquence instantanée dont les propriétés ont été présenté dans le paragraphe (2.3.2).

Un signal simulé bruité sera associé à chaque enregistrement d'un épisode de FV pour chaque patient. Ceci constitue donc 37 simulations qui vont nous servir de base de test. Les fréquences $f_0(t)$ utilisées sont celles estimées par les méthodes adaptatives que nous présenterons dans la suite. Nous affichons dans le tableau 2.2, la moyenne par rapport aux 37 simulations des erreurs au carré de chaque méthode. Ce critère correspond à l'erreur quadratique moyenne entre la fréquence moyenne \bar{f}_k et la fréquence unique \hat{f}_k estimée par chacune des méthodes présentées précédemment, avec :

$$\bar{f}_k = \sum_{t=1}^T f_{0,k}(t)$$

et

$$E = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{37} \left(\hat{f}_k - \bar{f}_k \right)^2 \quad (2.108)$$

k est le numéro de la simulation.

Nous observons à partir des valeurs de E présentées dans le tableau 2.2 que la méthode du spectre compressé est la plus sensible à la variation de la fréquence fondamentale au cours du temps. De plus on constate que le périodogramme fournit les résultats les moins sensibles à l'écart aux hypothèses du modèle de départ, c'est-à-dire une fréquence constante. La simulation avec ajout de bruit n'a été ajoutée uniquement que pour illustrer l'influence d'un bruit faible sur ces méthodes. Cette influence est finalement très faible sauf pour le spectre compressé qui de toute façon n'est pas adapté au cas non stationnaire.

Méthode	Erreur quadratique d'estimation pour y(t) sans bruit (Hz ²)	Erreur quadratique d'estimation pour y(t) bruité (Hz ²) bruit 35 db
Periodogramme	0.1	0.1
Prony-Tufts	0.49	0.49
MUSIC	0.19	0.18
Spectre compressé	0.52	3.1

Tab. 2.2 : valeur de E pour les différentes méthodes

En général, la comparaison des méthodes d'estimation se fait pour différents niveaux de bruit et dans un contexte qui vérifie le modèle de départ. Dans notre cas le modèle de départ n'est pas clairement établi. La variation de la fréquence fondamentale sur ce court intervalle d'observation n'est qu'une hypothèse, ce qui pourrait mettre en doute les résultats présentés dans Tab 2.2 nous présentons ci-dessous une autre approche qui permettra de renforcer les conclusions que nous venons de faire quant aux performances des méthodes. Cette analyse complémentaire sera également suivie pour la comparaison des méthodes pour lesquelles l'évolution temporelle de la fréquence fondamentale est intégrée dans le modèle.

Comme vu au paragraphe 2.2.2, une hypothèse physiologique suppose que la pseudo périodicité du signal de FV peut nous renseigner sur la valeur limite de la période réfractaire. En effet, des résultats obtenus dans ce travail peuvent conforter cette hypothèse. Nous présentons dans les figures 2.14 et 2.15, l'inverse de la période réfractaire en fonction des fréquences de stimulation, avec la fréquence fondamentale estimée pour deux sujets. Nous remarquons que la fréquence estimée est toujours supérieure à l'inverse des périodes réfractaires.

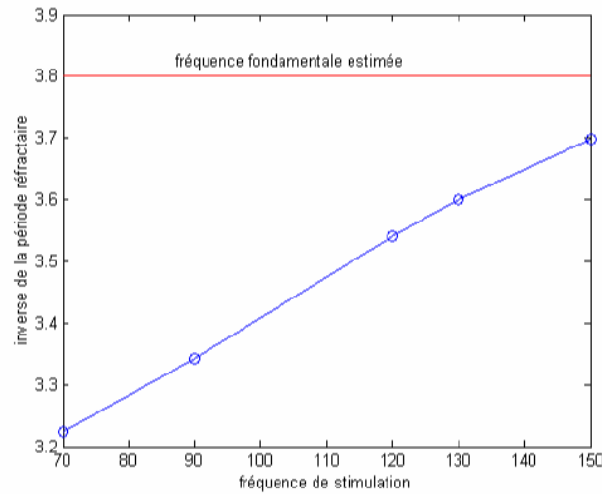


Fig. 2.14: Relation entre l'inverse de la période réfractaire et la fréquence fondamentale estimée

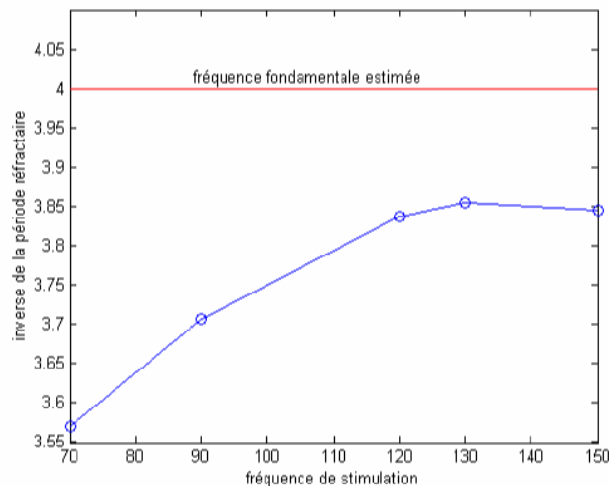


Fig. 2.15 : Relation entre l'inverse de la période réfractaire et la fréquence fondamentale estimée

Après avoir estimé la fréquence fondamentale des différents signaux de FV, nous avons calculé la corrélation entre celle-ci et l'inverse de la période réfractaire obtenue en réponse à 120 bat/minute. Nous présentons dans le tableau 2.3, les coefficients de corrélation pour les différentes méthodes. Une plus grande corrélation est obtenue lorsque les méthodes sont appliquées sur les signaux filtrés passe bas afin d'éliminer les harmoniques.

En prenant en compte les hypothèses physiologiques, la méthode la plus performante devrait correspondre à un coefficient de corrélation le plus élevé. En effet, dans la majorité des cas enregistrés nous ne pouvons pas déduire des courbes, telles que celles présentées dans figures 2.14 et 2.15, la valeur asymptotique qui nous fournirait directement la fréquence fondamentale limite qui

devrait approcher celle estimée. En revanche, on peut déduire des dessins que si la fréquence fondamentale réelle augmente on devrait observer une translation vers le haut de la courbe représentée par des cercles. En d'autres termes, quelle que soit la fréquence de stimulation, la corrélation entre la vraie fréquence fondamentale et l'inverse de la période réfractaire devrait être élevée. On s'attend à observer cette corrélation pour les fréquences élevées de stimulation. Ceci explique le choix de 120 bat/ minute comme fréquence de stimulation de référence pour la mesure de cette corrélation.

Méthode	Coefficient de corrélation1 pour $y(t)$	Coefficient de corrélation2 pour le signal filtré
Periodogramme	0.18	0.46
Prony-Tufts	0.26	0.6
MUSIC	0.24	0.66
Spectre compressé	0.17	On ne peut pas appliquer cette méthode en absence d'harmoniques

Tab. 2.3 : Coefficients de corrélation trouvés par rapport à chacune des méthodes pour les signaux de FV

Il est difficile de comparer les résultats du tableau 2.3 et ceux du tableau 2.2 car les critères utilisés sont de natures très différentes. Le tableau 2.3 confirme cependant que ces méthodes ne sont pas bien adaptées à l'analyse des signaux de FV. Ces signaux sont probablement non stationnaires et de façon certaine harmoniques. Le tableau 2.3 nous montre bien que lorsque cette harmonicité est prise en compte (colonne « coefficient de corrélation 1 ») la variation de la fréquence fondamentale dégrade l'estimation. Comme nous le verrons dans la partie suivante, l'amélioration de l'estimation de cette fréquence fondamentale passe par la prise en compte de sa non stationnarité.

2.7 Estimation des paramètres du signal de FV dans le Cas non stationnaire

2.7.1 Estimation sur des fenêtres glissantes

Dans le cas d'un signal non stationnaire représenté par le modèle (2.10), les méthodes d'estimation qui ont été présentées dans la partie précédente ne sont plus en mesure de faire leurs preuves. Il existe cependant des méthodes qui sont plus adaptées au cas non stationnaire. Parmi les plus répandues, on trouve celle qui réalise une identification du signal à l'aide d'un modèle stationnaire sur des segments de longueur réduite. Cette méthode nécessite un compromis entre la précision sur la taille de la fenêtre d'observation et le suivi des paramètres, surtout lorsqu'il s'agit d'une variation très rapide dans le temps.

On cite aussi les méthodes adaptatives qui seront détaillées dans la partie suivante, où le modèle est ajusté pour chaque nouvelle observation. Malgré leur efficacité concernant l'aspect lié à l'estimation, elles possèdent l'inconvénient d'introduire un nombre élevé de paramètres à estimer. En effet, ces méthodes estiment un nombre $N \times p$ de paramètres où p correspond à l'ordre du modèle et N le nombre des observations.

2.7.1.1 La méthode de Prony modifiée sur des fenêtres glissantes :

Dans ce cas, nous proposons de ne garder du modèle (2.9) que le fondamental. Après un filtrage passe bas, le modèle du signal sur une fenêtre glissante devient:

$$x(t) = A_1 \cos(2\pi f_0 t - \phi_1) \quad (2.109)$$

Les signaux de FV étant faiblement bruités, la décomposition de Prony, proposée dans le paragraphe (2.4.2) est caractérisé par le polynôme :

$$A(z^{-1}) = \sum_{k=0}^2 a_k z^{-k} = 1 - \cos(2\pi f_0) z^{-1} + z^{-2} \quad (2.110)$$

ce qui donne :

$$x(t) = 2 \cos(2\pi f_0) x(t-1) - x(t-2) \quad (2.111)$$

L'approche classique pour résoudre cette équation est de la considérer sous forme d'un modèle récursif. L'écriture matricielle est alors donnée par :

$$\tilde{x} - X\theta = 0 \quad (2.112)$$

avec :

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} x(3) \\ \cdot \\ \cdot \\ x(N-1) \end{bmatrix} \quad (2.113)$$

$$X = \begin{bmatrix} x(2) & x(1) \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ x(N-2) & x(N-1) \end{bmatrix} \quad (2.114)$$

et

$$\theta = \begin{bmatrix} 2 \cos(2\pi f_0 t) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.115)$$

L'estimation de θ est ensuite déduite selon les propriétés de la matrice X par :

$$\theta = [X^T X]^{-1} X^T \tilde{x} \quad (2.116)$$

Cette estimation est sensible à l'ajout d'une constante dans l'observation. Dans ce cas le modèle (2.111) est donné par :

$$\tilde{y}(t) = \tilde{x}(t) + \tilde{x}(t-2) = \alpha(t) \tilde{x}(t-1) + \beta(t) \quad (2.117)$$

avec $\alpha(t) = 2 \cos(2\pi f_0)$ et $\beta(t)$ un offset. La prise en compte de l'évolution temporelle des paramètres se fera en considérant les paramètres constants sur des fenêtres glissantes. Une estimation de α sera obtenue à l'aide d'une minimisation du critère des moindres carrés : $\|y - \tilde{y}\|^2$ sur une fenêtre de longueur L , d'abord par rapport à β ensuite par rapport à α . Ce qui donne :

$$\hat{\beta} = -\alpha \frac{(\tilde{x}^T 1_L) + \tilde{y} 1_L}{L} \quad (2.118)$$

avec : $\tilde{y} = (\tilde{y}(1), \tilde{y}(2), \dots, \tilde{y}(L))$ et $\tilde{x} = (\tilde{x}(0), \tilde{x}(1), \dots, \tilde{x}(L-1))$.

ensuite

$$\hat{w}_0 = \arccos \left(\frac{1}{2} \frac{L \tilde{y} \tilde{x} - (\tilde{x}^T I)(\tilde{x}^T I)}{L \tilde{x}^T \tilde{x} - (\tilde{x}^T I)^2} \right) \quad (2.119)$$

Cette méthode a pu mettre en évidence la variation de la fréquence d'un signal de FV. Nous présentons dans la figure 2.14 quelques variations trouvées en utilisant cette méthode [Meste 2001].

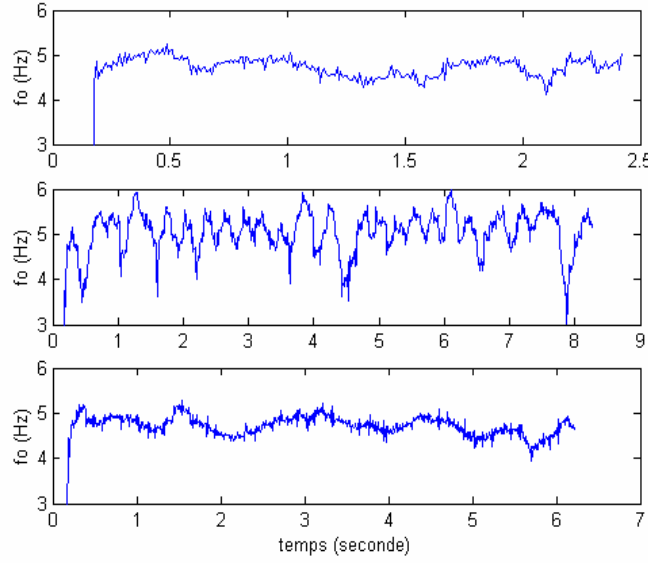


Fig. 2.16 : Estimation de la variation de la fréquence fondamentale à l'aide de la méthode de Prony modifiée pour les 3 épisodes de la figure 2.12

2.7.1.2 Le profil spectral

Cette méthode présentée dans [Stridh 2003], consiste à appliquer une transformation temps-fréquence avec une échelle logarithmique des fréquences sur des fenêtres glissantes du signal. L'idée sous-jacente consiste à décaler deux spectres en alignant leur fréquence fondamentale tel que les harmoniques des deux spectres s'alignent également. Sur chaque fenêtre i , un spectre est calculé à l'aide de la Transformée de Fourier non uniforme, donnée par

$$q_i = FWx_i \quad (2.120)$$

avec W une fenêtre de Hamming appliquée au signal x_i

Ensuite, un modèle de profil spectral est associé à q_i sous la forme suivante :

$$q_i \approx a_i J_{\theta_i} \tilde{\phi}_i \quad (2.121)$$

La notation $(\tilde{\phi}_i)$ signifie que le vecteur ϕ_i est intercalé par θ points, égal au nombre maximal de décalages possibles que l'on peut appliquer au profil spectral ϕ_i afin de sélectionner ses différentes composantes. Une estimation des paramètres d'amplitude a_i et du décalage θ_i est réalisée à l'aide d'un critère des moindres carrés :

$$C_i(\theta_i, a_i) = (q_i - a_i J_{\theta_i} \tilde{\phi}_i)^T D (q_i - a_i J_{\theta_i} \tilde{\phi}_i) \quad (2.122)$$

La matrice D est une matrice de pondération qui compense la prépondérance des basses fréquences de l'échelle logarithmique dans la minimisation du critère C_i .

Afin de comparer ces méthodes nous présentons dans les figures suivantes les résultats issus de cette technique et des méthodes présentées précédemment : Le périodogramme, la compression spectrale, Prony modifié, sur des fenêtres glissantes. En prenant en compte le modèle du signal harmonique, le fondamental est estimé sur des segments de longueur $L = 50$ points. Cette simulation se décompose en deux parties : Analyse d'un signal monocomposante à l'aide de Prony modifié (figure 2.17) et périodogramme (figure 2.18), et analyse d'un signal multicomposantes (fondamental+harmonique) à l'aide du spectre compressé (figure 2.19), et le profil spectral (figure 2.20).

Signal monocomposante :

$$y(t) = \cos(\varphi(t)) + e(t) \quad (2.123)$$

Avec la fréquence fondamentale, $f_0(t) = \frac{\varphi'(t)}{2\pi}$, qui suit une variation linéaire.

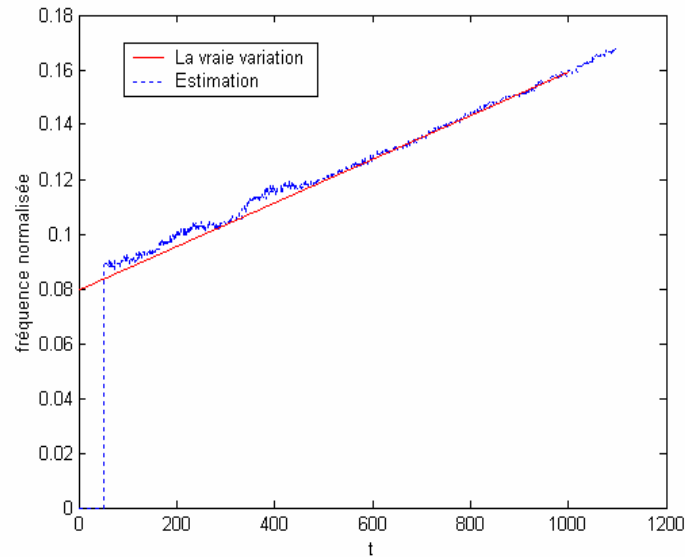


Fig. 2.17 : Estimation avec la méthode de Prony modifiée

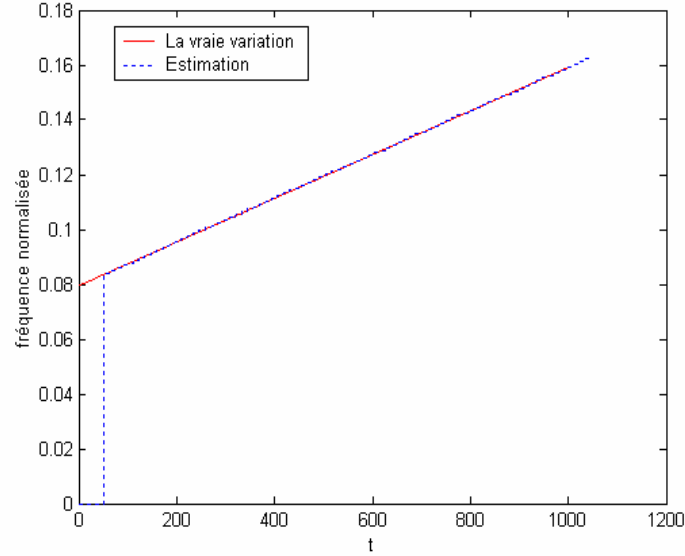


Fig. 2.18 : Estimation avec le périodogramme sur des fenêtres glissantes

Nous observons à partir des résultats de la figure 2.17 et 2.18 que le périodogramme arrive à mieux estimer la fréquence du signal monocomposante que la méthode de Prony modifiée. En termes de temps de calcul et complexité, cette dernière méthode semble sur cet exemple présenter un bon compromis.

Signal multicomposante :

Le signal $y(t)$ est défini par :

$$y(t) = \cos(\varphi(t)) + 0.4 \cos(2\varphi(t)) + e(t) \quad (2.124)$$

Avec la fréquence fondamentale, $f_0(t) = \frac{\varphi'(t)}{2\pi}$, qui suit une variation linéaire.

En comparant les résultats issus du spectre compressé et du profil spectral, nous constatons un léger avantage pour la première méthode. Ceci peut s'expliquer par un problème de résolution du profil spectral lié à l'échantillonnage fréquentiel non uniforme.

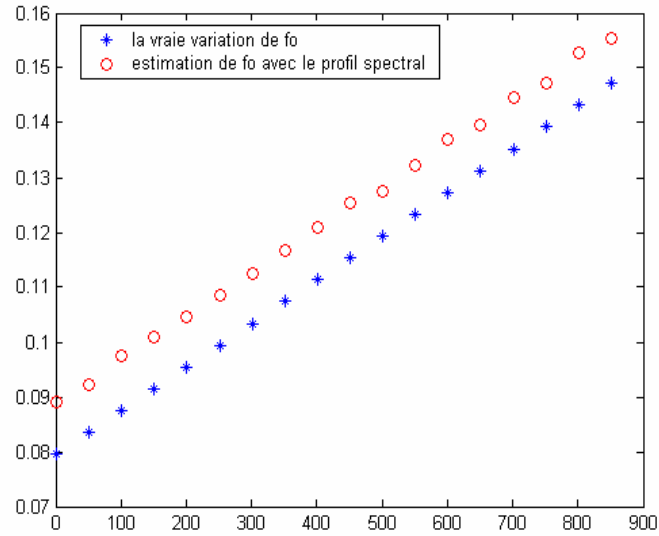


Fig. 2.19 : Estimation avec le profil spectral

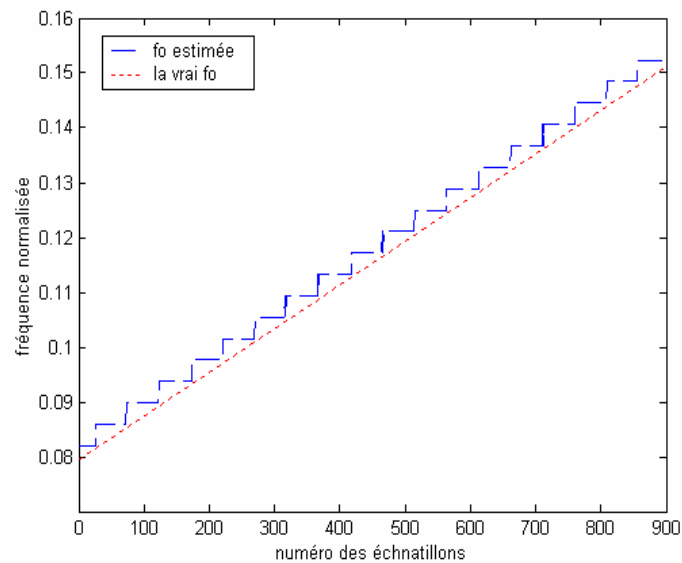


Fig. 2.20 : Estimation avec le spectre compressé sur des fenêtres glissantes

2.7.2 Estimation récursive :

Dans cette approche, l'idée de fenêtre glissante est remplacée par l'ajout de la capacité des méthodes d'optimisation à fournir en temps-réel des valeurs estimées. Les méthodes présentées ici diffèrent de l'approche évolutive, que nous verrons dans la suite, où le modèle prend en compte explicitement les variations temporelles des paramètres. Ces méthodes, qui sont les Moindres Carrés Récursifs (MCR) et Erreur de Prédiction Récursive (EPR) sont basées sur un modèle stationnaire. La prise en compte d'éventuelles variations sera réalisée directement par l'algorithme d'optimisation.

La factorisation polynomiale joue un rôle important dans de nombreuses applications de traitement du signal. On la retrouve en particulier dans les algorithmes d'identification où des systèmes sont en général identifiés en termes de coefficients du polynôme caractéristique ou de leur fonction de transfert. Cependant, la relation qui existe entre les fréquences du signal et les racines de ces polynômes est donnée par l'expression suivante :

$$A(q^{-1}) = \sum_{i=0}^n a_i q^{-i} = \prod_{i=1}^n (1 - \lambda_i q^{-1}) \quad (2.125)$$

Les λ_i sont les racines du système à estimer à partir des observations $y(t)$. Comme nous l'avons vu dans la méthode de Prony au paragraphe 2.4.2, il existe une relation non linéaire liant ces racines aux fréquences du signal.

La plupart des algorithmes d'identification autres que ceux présentés ici se décomposent en deux étapes :

- Dans la première, on estime les coefficients du polynôme caractéristique. Des techniques d'estimation linéaire ont été utilisées, telle que l'algorithme des moindres carrés récurrents (MCR).
- Dans la deuxième étape, on calcule les racines du polynôme estimé.

La représentation d'un signal est souvent définie à l'aide d'un modèle autorégressif (AR). Son intérêt repose sur la transformation linéaire des paramètres qui le définit. Deux approches peuvent être proposées : La première repose sur la description du signal à l'aide des coefficients du modèle AR, la deuxième est une description fréquentielle du signal à partir des pôles du modèle AR.

Dans ce qui suit, nous nous intéresserons à l'évaluation des racines d'un système AR. La difficulté résidera dans l'évaluation continue lorsque les coefficients du polynôme évoluent dans le temps. Trouver les racines d'un système quelconque est un problème qui a été abordé en détail dans la littérature d'analyse numérique [Strobach 2000]. Cependant dans le cas où les racines évoluent au cours du temps, ceci rend l'estimation complexe et la plupart des algorithmes classiques ne peuvent plus être appliqués.

La factorisation polynomiale conventionnelle cherche habituellement une valeur des racines pour laquelle le polynôme est égal à zéro. Une fois qu'une telle valeur est déterminée, la racine est localisée et l'ordre du polynôme est réduit en utilisant la déflation. Ces opérations sont répétées jusqu'à ce que toutes les racines soient calculées. Cette procédure possède quelques inconvénients qui la rendent inapplicable pour son application dans un algorithme récursif, ces inconvénients sont :

- Les imprécisions peuvent s'accumuler en utilisant la déflation.
- La variation des coefficients ne peut pas être prise en compte efficacement. Si les coefficients changent légèrement, la procédure de factorisation doit être relancée entièrement.

Pour accomplir cette tâche d'estimation des paramètres variables dans le temps, nous cherchons de nouveaux algorithmes efficaces qui surmontent les difficultés citées ci-dessus en employant une approche différente, basée par exemple, sur la relation entre les coefficients du modèle AR et les

pôles. Un algorithme adaptatif a été développé par Nehorai [Nehorai 1990] pour l'évaluation et le suivi des racines, en les estimant directement à partir des données sans passer par l'évaluation intermédiaire des coefficients du polynôme et sans opération de factorisation. Dans le même ordre d'idée, d'autres algorithmes comme [Starer 1991], [Starer 1992], essayent de mettre à jour simultanément et efficacement toutes les racines à la suite d'une variation des coefficients.

En utilisant le modèle (2.42) pour estimer θ , une des méthodes consiste à minimiser l'erreur, $e(t) = y(t) - \theta^T \varphi(t)$ en définissant le critère de minimisation suivant :

$$V_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \alpha_t (y(t) - \theta^T \varphi(t))^2 \quad (2.126)$$

Ce critère sera minimisé par rapport à θ . Les coefficients α_t définissent une séquence de valeurs positives appelés facteurs d'oubli. Dans la plupart des applications, la valeur de α_t est prise égale à 1, mais dans le cas optimal la valeur de α_t doit être associée à la variance de l'erreur $e(t)$.

Le critère $V_N(\theta)$ est une fonction quadratique en θ , ce qui rend facile sa minimisation par rapport à θ . Une identification en différé de θ est définie à partir de N observations, $\hat{\theta}(N)$ est dans ce cas donné par :

$$\hat{\theta}(N) = \left[\sum_{t=1}^N \alpha_t \varphi(t) \varphi^T(t) \right]^{-1} \sum_{t=1}^N \alpha_t \varphi(t) y(t) \quad (2.127)$$

On peut déduire de ce résultat l'algorithme récursif suivant.

L'estimation récursive peut se faire par exemple à l'aide de l'estimation des moindres carrés.

L'expression $\hat{\theta}(N)$ peut être calculée d'une façon récursive. Cette identification est justifiée lorsque les propriétés du système varient au cours du temps.

Nous définissons la matrice $\bar{R}(t)$ par :

$$\bar{R}(t) = \sum_{k=1}^t \alpha_k \varphi(k) \varphi^T(k) \quad (2.128)$$

On définit :

$$R(t) = \frac{1}{t} \bar{R}(t) \quad (2.129)$$

L'inverse de la matrice $R(t)$ est défini par :

$$P(t) = \bar{R}^{-1}(t) = \frac{1}{t} R^{-1}(t) \quad (2.130)$$

En appliquant le lemme d'inversion matricielle, on obtient

$$P(t) = [P^{-1}(t-1) + \varphi(t) \alpha_t \varphi^T(t)]^{-1} \quad (2.131)$$

$$= P(t-1) - \frac{P(t-1) \varphi(t) \varphi^T(t) P(t-1)}{1/\alpha_t + \varphi^T(t) P(t-1) \varphi(t)} \quad (2.132)$$

L'avantage principal de cette dernière expression réside dans le remplacement de l'inversion d'une matrice de dimension égale à celle du vecteur des paramètres θ , par l'inversion d'un scalaire. On en déduit l'estimation récursive (appelée MCR) de $\hat{\theta}$ telle que :

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{P(t-1) \varphi(t)}{1/\alpha_t + \varphi^T(t) P(t-1) \varphi(t)} [y(t) - \varphi^T(t) y(t)] \quad (2.133)$$

Dans le cas où le critère à minimiser n'est pas quadratique en θ , une famille d'algorithmes appelée algorithme de l'Erreur de Prédiction Récursive (EPR) [Ljung 1983] est proposée et sera amplement détaillée dans le paragraphe suivant.

Cet algorithme proposé initialement dans un cadre non quadratique peut cependant être utilisé dans le cas quadratique. Nous l'utiliserons dans un premier temps pour estimer les α_i du modèle AR puis dans un cadre non quadratique lorsque les pôles sont à estimer directement.

En reprenant le modèle Autorégressif défini dans **Erreur ! Source du renvoi introuvable.**, le vecteur formé par les coefficients du polynôme est sous la forme suivante :

$$\theta = a = [a_1, a_2, \dots, a_n] \quad (2.134)$$

le vecteur a est estimé en minimisant l'erreur $e(t)$ donnée par :

$$e(t) = y(t) + \sum_{i=1}^n a_i y(t-i) \quad (2.135)$$

$$= y(t) - a^T \varphi(t) \quad (2.136)$$

$\varphi(t)$ est le vecteur de régression défini par :

$$\varphi(t) = [-y(t-1), -y(t-2), \dots, -y(t-n)]^T \quad (2.137)$$

On réécrit le critère de l'équation (2.126), uniquement en fonction de $e(t)$:

$$V_t(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e(t)^2 \quad (2.138)$$

Dans le cas, où le critère n'admet pas une forme quadratique, le problème de résolution de θ devient complexe. Dans ce cas on cherche à estimer θ par des méthodes récursives à l'aide d'une approximation de θ . La procédure est définie comme suit :

Soit $\hat{\theta}(t-1)$ l'estimation de θ à l'instant $(t-1)$, on cherche une estimation $\hat{\theta}(t)$ qui minimise approximativement le critère $V_t(\theta)$. Un développement en série de Taylor de cette fonction autour de $\hat{\theta}(t-1)$ nous permet d'écrire :

$$V_t(\theta) = V_t(\hat{\theta}(t-1)) + V_t'(\hat{\theta}(t-1))[\theta - \hat{\theta}(t-1)] + \frac{1}{2}[\theta - \hat{\theta}(t-1)]^T V_t''(\hat{\theta}(t-1))[\theta - \hat{\theta}(t-1)] + o(\|\theta - \hat{\theta}(t-1)\|^2) \quad (2.139)$$

Où $o(x)$ est une fonction telle que $\frac{o(x)}{|x|} \rightarrow 0$ quand $|x| \rightarrow 0$.

le θ qui minimise le critère est appelé $\hat{\theta}(t)$, il est donné par :

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) - [V_t'(\hat{\theta}(t-1))]^{-1} [V_t'(\hat{\theta}(t-1))]^T + o(\|\hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(t-1)\|) \quad (2.140)$$

On définit le gradient négatif de l'erreur de prédiction tel que :

$$\psi(t, \theta) \approx \left[-\frac{d}{d\theta} e(t, \theta) \right]^T \quad (2.141)$$

En dérivant l'expression (2.138) par rapport à θ on obtient

$$[V_t'(\theta)]^T = -\sum_{k=1}^t \psi(k, \theta) e(k, \theta) = [V_{t-1}'(\theta)]^T - \psi(t, \theta) e(t, \theta) \quad (2.142)$$

En dérivant une nouvelle fois cette expression, on obtient :

$$[V_t''(\theta)] = [V_{t-1}''(\theta)]^T + \psi(t, \theta) \psi^T(t, \theta) + e''(t, \theta) e(t, \theta) \quad (2.143)$$

Afin de calculer $\hat{\theta}(t)$, nous effectuerons les approximations suivantes :

On suppose que $\hat{\theta}(t)$ se trouve dans un voisinage de $\hat{\theta}(t-1)$, ce qui nous permet de négliger le terme $o(\|\hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(t-1)\|)$, et en prenant

$$V_t''(\hat{\theta}(t)) = V_t''(\hat{\theta}(t-1)) \quad (2.144)$$

On suppose que $\hat{\theta}(t-1)$ est la meilleure estimation à l'instant $t-1$, ce qui donne :

$$V_{t-1}'(\hat{\theta}(t-1)) = 0 \quad (2.145)$$

Au voisinage de $\hat{\theta}(t)$, $e(t, \theta)$ est supposé blanc et centré, D'après [Ljung 1983] ce qui permet de prendre sa moyenne nulle d'où il est indépendant de tout se qui se passe à l'instant $t-1$ d'où :

$$e''(t, \hat{\theta}(t-1)) e(t, \hat{\theta}(t-1)) = 0 \quad (2.146)$$

En introduisant les résultats (2.146) et (2.144) dans (2.143), on trouve une approximation de la dérivée seconde de $V_t(\theta)$ on note cette approximation par $\bar{R}(t)$:

$$\bar{R}(t) = \bar{R}(t-1) + \psi(t, \hat{\theta}(t-1))\psi^T(t, \hat{\theta}(t-1)) \quad (2.147)$$

et en introduisant (2.144) dans (2.142), on obtient :

$$\left[V_t'(\hat{\theta}(t-1)) \right]^T = -\psi(t, \hat{\theta}(t-1))e(t, \hat{\theta}(t-1)) \quad (2.148)$$

On déduit :

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \bar{R}^{-1}\psi(t, \hat{\theta}(t-1))e(t, \hat{\theta}(t-1)) \quad (2.149)$$

Afin de calculer (2.149), on est amené à inverser la matrice \bar{R} donnée par (2.147). Comme vu précédemment, l'utilisation du lemme d'inversion matricielle nous permet d'obtenir finalement les expressions suivantes :

$$\begin{cases} \hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + L(t)e(t, \hat{\theta}(t-1)) \\ L(t) = \frac{P(t-1)\psi(t, \hat{\theta}(t-1))}{1 + \psi(t, \hat{\theta}(t-1))P(t-1)\psi^T(t, \hat{\theta}(t-1))} \\ P(t) = \frac{P(t-1)\psi(t, \hat{\theta}(t-1))\psi(t, \hat{\theta}(t-1))P(t-1)}{1 + \psi(t, \hat{\theta}(t-1))P(t-1)\psi^T(t, \hat{\theta}(t-1))} \end{cases} \quad (2.150)$$

L'algorithme utilisant les expressions (2.150) est connu sous le nom d'algorithme EPR (Erreur de Prédiction récurrente). Ce type d'algorithme fait partie des méthodes récursives qui offrent l'avantage de suivre finement les variations temporelles des paramètres d'un signal. Il sera utilisé par la suite dans les différentes approches proposées. Une version avec facteur d'oubli s'obtient en remplaçant (2.138) par (2.126). On obtient alors les expressions suivantes :

$$\begin{cases} \hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + L(t)e(t, \hat{\theta}(t-1)) \\ L(t) = \frac{P(t-1)\psi(t, \hat{\theta}(t-1))}{1/\alpha_t + \psi(t, \hat{\theta}(t-1))P(t-1)\psi^T(t, \hat{\theta}(t-1))} \\ P(t) = \frac{P(t-1)\psi(t, \hat{\theta}(t-1))\psi(t, \hat{\theta}(t-1))P(t-1)}{1/\alpha_t + \psi(t, \hat{\theta}(t-1))P(t-1)\psi^T(t, \hat{\theta}(t-1))} \end{cases} \quad (2.151)$$

Dans le cas des moindres carrés récursifs ou de l'algorithme EPR, les paramètres estimés récursivement correspondent aux coefficients du modèle AR. Il subsiste la difficulté du calcul des pôles lorsque les coefficients varient dans le temps. C'est-à-dire la poursuite et le maintien de la continuité de l'évolution des racines. Ce problème est illustré par la figure 2.21, en reprenant le signal simulé de l'expression (2.124)

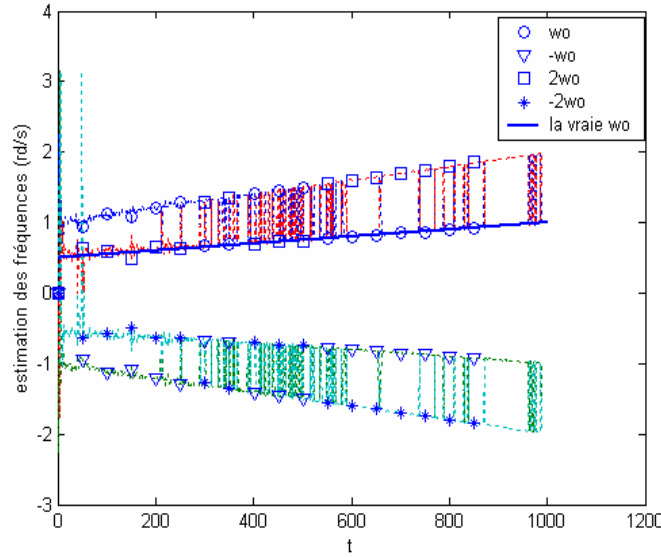


Fig. 2.21: estimation et suivie des fréquences du signal à l'aide de l'algorithme EPR

La figure 2.21 représente le suivi des fréquences du signal. Ces fréquences sont déduites des angles des pôles calculés à partir des coefficients AR estimés. Comme on le voit dans cette figure, le calcul des pôles ne parvient pas à assurer la continuité de l'évolution des fréquences. Pour palier à ce problème de poursuite, une solution a été proposée par Strobach [Strobach 1997] basée sur l'algorithme QR. Bien que cette solution soit efficace, elle est valable uniquement dans le cas des sinusoïdes pures. Nous nous intéressons par la suite aux algorithmes de types gradient, cités dans le paragraphe précédent, en se basant sur la relation directe entre les coefficients et les pôles. Cette idée a été proposée par Nehorai [Nehorai 1990].

2.7.2.1 Estimation adaptative des pôles

Nous considérons de nouveau la relation non linéaire entre les coefficients AR et les racines de l'équation (2.125). Nous supposons que le polynôme $A(q^{-1})$ possède $2m$ racines complexes conjuguées, ce qui nous permet d'écrire $A(q^{-1})$ sous forme d'un produit de polynômes :

$$A(q^{-1}) = \prod_{k=1}^m S_k(q^{-1}) \quad (2.152)$$

$$\text{tel que } S_k(q^{-1}) = (1 - z_k q^{-1})(1 - z_k^* q^{-1}) \quad (2.153)$$

Les racines complexes sont définies par leurs modules et leurs phases telles que :

$$z_k = \rho_k e^{jw_k} \quad (2.154)$$

Les paramètres caractérisant le système sont maintenant regroupés dans le vecteur des paramètres θ , défini comme suit :

$$\theta = [\rho^T w^T]^T \quad (2.155)$$

$$\begin{aligned} \rho &= [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m]^T \\ w &= [w_1, w_2, \dots, w_m]^T \end{aligned} \quad (2.156)$$

Cette méthode estime directement les pôles sans passer par l'estimation des coefficients. Ceci évite une factorisation qui n'assure pas la continuité de l'évolution des pôles. Dans ce cas il s'agit de paramétrer le processus AR en fonction de ses pôles au lieu de ses coefficients AR.

L'expression du gradient conjugué $\psi(t, \theta)$ donnée par l'expression (2.141) est exprimée en utilisant les propriétés des dérivées partielles et en introduisant le vecteur des coefficients défini dans (2.134). On obtient :

$$\psi(t, \theta) = \frac{\partial e(t, \theta)}{\partial a^T} \frac{\partial a}{\partial \theta^T} \quad (2.157)$$

d'après (2.136)

$$\frac{\partial e(t)}{\partial a} = -\varphi(t) \quad (2.158)$$

et

$$\frac{\partial a}{\partial \theta^T} = \left[\frac{\partial a}{\partial \rho^T} \frac{\partial a}{\partial w^T} \right] \quad (2.159)$$

Dans le but de calculer les expressions $\frac{\partial a}{\partial \rho^T}$ et $\frac{\partial a}{\partial w^T}$, on dérive l'équation (2.152) par rapport à ρ et w , ce qui donne :

$$\frac{\partial A(q^{-1})}{\partial \rho_k} = \frac{\partial S_k(q^{-1})}{\partial \rho_k} \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^m S_i(q^{-1}) \quad (2.160)$$

D'après (2.125) on a :

$$\frac{\partial A(q^{-1})}{\partial \rho_k} = \sum_{i=0}^n \frac{\partial a_i}{\partial \rho_k} q^{-i} \quad (2.161)$$

et d'après (2.153):

$$S_k(q^{-1}) = 1 - 2\rho_k \cos \omega_k q^{-1} + \rho_k^2 q^{-2} \quad (2.162)$$

on en déduit :

$$\frac{\partial S_k(q^{-1})}{\partial \rho_k} = -2 \cos \omega_k q^{-1} + 2\rho_k q^{-2} \quad (2.163)$$

L'égalité entre (2.160) et (2.161) multipliée par $S_k(q^{-1})$ donne

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial a_0}{\partial \rho_k} = 0 \\ \frac{\partial a_1}{\partial \rho_k} = -2 \cos w_k \\ \text{pour tout } 2 \leq i \leq n, 1 \leq k \leq m \\ \frac{\partial a_i}{\partial \rho_k} = 2\rho_k \cos w_k \frac{\partial a_{i-1}}{\partial \rho_k} - \rho_k^2 \frac{\partial a_{i-2}}{\partial \rho_k} - 2 \cos w_k a_{i-1} + 2\rho_k a_{i-2} \end{array} \right. \quad (2.164)$$

et

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial a_0}{\partial w_k} = 0 \\ \frac{\partial a_1}{\partial w_k} = 2\rho_k \sin w_k \\ \text{pour tout } 2 \leq i \leq n, 1 \leq k \leq m \\ \frac{\partial a_i}{\partial w_k} = 2\rho_k \cos w_k \frac{\partial a_{i-1}}{\partial w_k} - \rho_k^2 \frac{\partial a_{i-2}}{\partial w_k} + 2\rho_k \sin w_k a_{i-1} \end{array} \right. \quad (2.165)$$

Nous remplacerons dans l'algorithme EPR le gradient par l'expression (2.157), ce qui nous fournit les nouvelles équations récursives de θ . Nous présentons dans la figure 2.22 l'estimation de la même variation que celle présentée dans la figure 2.21, où il apparaît clairement que cette méthode ne souffre pas des problèmes de discontinuité apparaissant dans la figure 2.21.

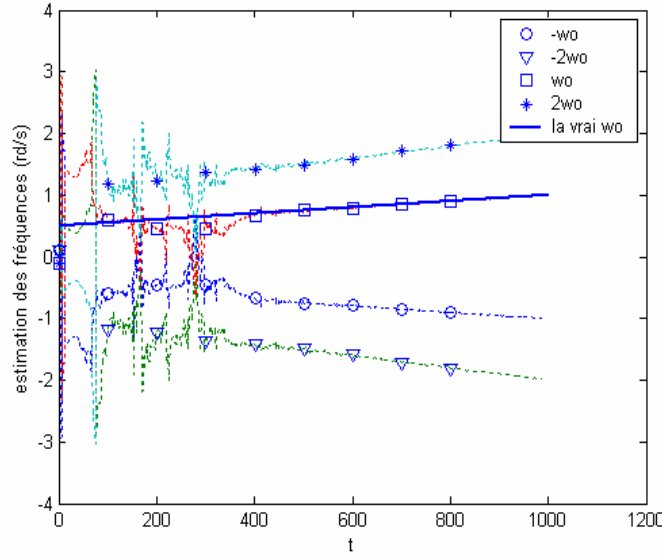


Fig. 2.22 : Estimation et suivie des fréquences du signal de l'expression (2.124) par estimation adaptative des pôles

Bien que l'algorithme résout le problème de poursuite, il converge lentement vers les vraies valeurs de f_0 . Ce problème est typique pour les algorithmes adaptatifs de type gradient, qui nécessitent une initialisation des paramètres proches des vraies valeurs. Une autre approche, proposée par Starer [Starer 1991] consiste à ne traiter que la poursuite (où tracking) des pôles dans le cas variable. On considère alors que l'estimation des a_i variant dans le temps est réalisée par la technique la plus efficace possible.

Modification de l'algorithme d'estimation adaptative des pôles

Nous constatons qu'une variation lente des coefficients a_k ne correspond pas nécessairement au même type d'évolution pour les racines z_k . Ceci est vérifié par l'expression du gradient des z_k en fonction du gradient des a_k [Oppenheim 1975], donné par :

$$\frac{\partial z_i}{\partial a_k} = \frac{z_i^{p-k}}{\prod_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^p (z_i - z_l)} \quad (2.166)$$

Nous voyons dans cette expression que si des pôles sont proches, le gradient peut tendre vers l'infini. Ceci signifie que l'on peut observer des évolutions lentes des a_k qui donnent lieu à des évolutions très rapides des z_k .

Pour cette raison, nous proposons une nouvelle factorisation de $A(z^{-1})$, définie par l'expression suivante :

$$\prod_{k=1}^p (1 - z_k z^{-1}) = \prod_{k=1}^{p/2} (1 - b_{k1} z^{-1} - b_{k2} z^{-2}) \quad (2.167)$$

Nous utiliserons l'algorithme EPR, en remplaçant le gradient des a_k par rapport aux z_k par celui des a_k par rapport aux b_{ki}

Soient les deux vecteurs : $a = [a_1, a_2, \dots, a_p]^T$ et $b_k = [b_{k1} \ b_{k2}]^T$, on cherche à écrire le gradient des a_k par rapport aux b_{ki} . On trouve ainsi :

$$\frac{\partial a}{\partial b^T} = [c_1, \dots, c_{p/2}] = B \quad (2.168)$$

avec

$$c_k = I \left(\bigotimes_{l=1/l \neq k}^{p/2} \begin{bmatrix} 1 \\ -b_l \end{bmatrix} \right) \quad (2.169)$$

Où \otimes représente un produit de convolution multiple et I la matrice identité de dimension 2×2 . On remplace ce gradient dans l'expression (2.157) :

$$\psi(t, b) = \frac{\partial e(t, b)}{\partial a^T} \times \frac{\partial a}{\partial b^T} = -\phi(t) \times B^{-1} \quad (2.170)$$

Le calcul du gradient par rapport aux b_i peut s'utiliser également pour réaliser la poursuite des fréquences à partir des a_i estimés séparément, de façon similaire à celle proposée par Starer [Starer 1991]. Un exemple d'utilisation efficace est donné dans [Meste 2005].

2.7.2.2 Estimation des fréquences avec un filtre réjecteur

C'est un filtre utilisé pour éliminer des bandes fréquentielles étroites ainsi que les fréquences de sinusoïdes. Il possède un gain unitaire pour toutes les fréquences sauf pour celles à rejeter, où le gain doit être proche de zéro.

La fonction de transfert du filtre réjecteur est de la forme :

$$H(z^{-1}) = \frac{A(z^{-1})}{A(\rho z^{-1})} \quad (2.171)$$

Les racines du polynôme $A(\rho z^{-1})$ sont les z_k tel que $z_k = \rho e^{iw_k}$, w_k représente la $k^{\text{ième}}$ pulsation du signal filtré par le filtre Notch et ρ est le module de ses pôles.

Pour une observation $y(t)$, on lui associe la sortie $e(t)$ du filtre, définie par :

$$e(t) = \frac{A(z^{-1})}{A(\rho z^{-1})} y(t) \quad (2.172)$$

Le but de l'algorithme du filtre Notch est de minimiser la fonction coût suivante :

$$V(N) = \sum_{t=1}^N e^2(t) \quad (2.173)$$

Pour atteindre ce but, il faut que les zéros de sa fonction de transfert soient sur le cercle unité. Cependant une propriété importante de ce filtre est d'avoir les coefficients du numérateur symétriques, 'polynôme monic', défini par

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + \dots + a_n z^{-n} + \dots + a_1 z^{-2n+1} + z^{-2n} \quad (2.174)$$

La symétrie des coefficients du polynôme $A(z^{-1})$, exige que si z est une racine alors $1/z$ l'est aussi.

Pour garantir la stabilité du filtre, la fonction de transfert du filtre doit avoir ses pôles formant les mêmes angles que ses zéros et de module un peu inférieur à l'unité. Pour vérifier cette condition, il suffit de choisir un dénominateur avec ρ très proche de l'unité. D'après [Kay 1981], lorsque le bruit d'observation $v(t)$ est supposé non corrélé avec le signal $x(t)$, on peut écrire :

$$A(z^{-1}) y(t) = A(z^{-1}) v(t) \quad (2.175)$$

On déduit de (2.172) et de (2.175) que $e(t)$ représente une approximation de $v(t)$ lorsque ρ tend vers

1. L'algorithme EPR adapté au filtre réjecteur s'obtient en calculant le gradient de $e(t)$ par rapport à $\theta = [a_1, a_2, \dots, a_n]$:

$$\begin{aligned} \psi(t) &= \frac{de(t)}{d\theta} \\ &= [\psi_1(t), \psi_2(t), \dots, \psi_n(t)] \end{aligned} \quad (2.176)$$

avec

$$\psi_i(t) = \frac{de(t)}{da_i} \quad (2.177)$$

On déduit de (2.172), l'équation aux différences entrée/sortie du filtre réjecteur :

$$e(t) = y(t) + y(t-2n) - \rho^{2n}e(t-2n) - \varphi^T(t)\theta \quad (2.178)$$

avec

$$\varphi(t) = [\varphi_1(t) \ \varphi_2(t) \ \cdots \ \varphi_n(t)]^T \quad (2.179)$$

$$\varphi_i(t) = \begin{cases} -y(t-i) - y(t-2n+i) + \rho^i e(t-i) + \rho^{2n-i} e(t-2n+i) & \text{pour } i = 1 \cdots n-1 \\ -y(t-n) + \rho^n e(t-n) & \text{pour } i = n \end{cases} \quad (2.180)$$

En dérivant à droite et à gauche l'expression (2.175) par rapport à a_i , on obtient :

$$\begin{aligned} & \text{Pour } 1 \leq i \leq n-1 \\ & A(\rho z^{-1}) \frac{\partial e(t)}{\partial a_i} + \rho^i e(t-i) + \rho^{2n-i} e(t-2n+i) = y(t-i) + y(t-2n+i) \\ & \text{pour } i = n \\ & A(\rho z^{-1}) \frac{\partial e(t)}{\partial a_n} + \rho^n e(t-n) = y(t-n) \end{aligned} \quad (2.181)$$

En comparant avec l'expression (2.180), on en déduit :

$$\psi(t) = \frac{\varphi(t)}{A(\rho z^{-1})} \quad (2.182)$$

Les performances du filtre Notch sont présentées dans [Stoïca 1988]. Cet algorithme estime correctement les coefficients du polynôme $A(z^{-1})$ à chaque instant t . Il subsiste la difficulté à suivre l'évolution continue des pôles sachant les a_i . Une solution à ce problème a été proposée dans [Nehorai 1986] de façon indirecte en introduisant un filtre peigne. En effet, Nehorai a simplifié le problème d'estimation de paramètre en prenant en compte la structure harmonique des fréquences sans se rendre compte qu'en fait il résolvait le problème de poursuite de fréquences. La prise en compte de cette structure permettant de n'estimer que la fréquence fondamentale (éventuellement des amplitudes et

des phases) simplifie la poursuite puisque les pistes à suivre se résument à une seule. Ceci rend donc impossible les sauts d'une piste à l'autre visible dans la figure 2.21.

2.7.2.3 Filtre Peigne dans le cas de signaux sinusoïdaux harmoniques :

Le filtre Peigne est un filtre de type réjecteur dont lequel la relation d'harmonicité liant les fréquences à rejeter est explicitement prise en compte. On définit le polynôme $A(z^{-1})$ en fonction de w_0 comme suit :

$$A(z^{-1}) = \prod_{k=1}^n (1 + \alpha_k z^{-1} + z^{-2}) \quad (2.183)$$

avec

$$\alpha_k = -2 \cos(kw_0) \quad (2.184)$$

L'apport de ce filtre par rapport au filtre réjecteur, consiste à réduire le nombre de paramètres à estimer c'est-à-dire la fréquence fondamentale. D'où l'expression du gradient dans l'algorithme EPR donnée par:

$$\psi(t) = \frac{\partial e(t)}{\partial w_0} = \sum_{i=0}^n \frac{\partial e(t)}{\partial a_i} \frac{\partial a_i}{\partial w_0} \quad (2.185)$$

D'après (2.177) et (2.182) on a :

$$\frac{\partial e(t)}{\partial a_i} = -\varphi_{Fi}(t) \quad (2.186)$$

avec $\varphi_{Fi}(t) : \varphi(t)$ filtré par le filtre réjecteur.

Pour calculer les $\frac{\partial a_i}{\partial w_0}$, nous utilisons la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial a_1}{\partial w_0} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial a_n}{\partial w_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial a_1}{\partial \lambda_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial a_1}{\partial \lambda_{2n}} \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \frac{\partial a_n}{\partial \lambda_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial a_n}{\partial \lambda_{2n}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda_1}{\partial w_0} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial \lambda_{2n}}{\partial w_0} \end{bmatrix} \quad (2.187)$$

où $\{\lambda_i, 1 \leq i \leq 2n\}$ sont les racines du polynôme $z^{2n} A(z^{-1})$ avec :

$$\lambda_{2k-1} = e^{jk w_0}, \lambda_{2k} = e^{-jk w_0}, 1 \leq k \leq n$$

L'expression du vecteur contenant les $\frac{\partial a_i}{\partial \lambda_k}$ est donné dans [Nehorai 1985] tel que:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial a_1}{\partial \lambda_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial a_1}{\partial \lambda_{2n}} \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \frac{\partial a_{2n}}{\partial \lambda_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial a_{2n}}{\partial \lambda_{2n}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} & & & 1 \\ & & 1 & a_1 \\ & 1 & a_1 & \cdot \\ 1 & a_1 & \cdot & \cdot & a_{2n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1^{2n-1} & \cdot & \cdot & \cdot & \lambda_{2n}^{2n-1} \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \lambda_1 & & & & \lambda_{2n} \\ 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} \quad (2.188)$$

On déduit alors l'algorithme EPR :

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t) &= \hat{\theta}(t-1) + P(t-1)\psi(t-1)e(t-1) \\ e(t) &= y(t) + y(t-2n) - \rho^{2n}(t)e(t-2n) - \phi^T(t)\hat{\theta}(t) \\ P(t) &= \frac{1}{\delta(t-1)} \left[P(t-1) - \left(\frac{P(t-1)\psi(t-1)\psi^T(t-1)P(t-1)}{\delta(t-1)/\alpha(t-1) + \psi^T(t-1)P(t-1)\psi(t-1)} \right) \right] \\ \psi(t) &= \frac{\phi(t)}{A(\rho z^{-1})} \end{aligned} \quad (2.189)$$

avec $\alpha(t)$ et $\delta(t)$ sont des coefficients de pondération.

Dans la simulation ci-dessous nous synthétisons le signal $y(t)$ tel que :

$$y(t) = \cos\left(\left(0.1t - 0.3(N/\pi)\cos\left((\pi/N)t\right)\right)\right) + \cos\left(2 \times \left(0.1t - 0.3(N/\pi)\cos\left((\pi/N)t\right)\right)\right) \quad (2.190)$$

Le choix de l'ordre n sera fixé en utilisant le critère d'Akaike.

Le critère $V(t)$ donné dans l'équation (2.173) possède des minima locaux aux multiples de la fréquence fondamentale. L'algorithme d'optimisation n'assurant pas la convergence vers le minimum global, on risque d'obtenir pour valeur de la fréquence fondamentale une de ses harmoniques.

La figure 2.23 illustre ce problème. On constate que la fréquence fondamentale estimée (courbe verte) ne correspond à la variation simulée (courbe rouge). En revanche, lorsque cette valeur estimée est divisé par deux (courbe bleue) on obtient approximativement le résultat attendu.

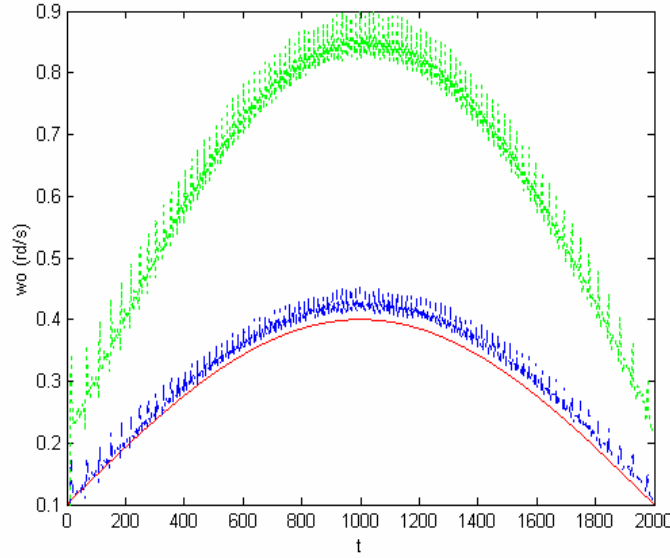


Fig. 2.23 : Estimation d'une variation de la fréquence fondamentale
à l'aide du filtre Peigne

Il semble que la seule façon d'éviter l'apparition de minima locaux consiste à filtrer le signal observé afin d'éliminer les harmoniques et de considérer un filtre réjecteur à une seule fréquence. Le modèle devient alors :

$$x(t) = A_1(t) \cos(2\pi f_0(t)t - \phi_1(t)) \quad (2.191)$$

La fonction de transfert du filtre réjecteur devient dans ce cas :

$$H(z^{-1}) = \frac{1 - \alpha(t)z^{-1}}{1 - \alpha(t)\rho(t)z^{-1}} \quad (2.192)$$

avec $\alpha(t) = e^{jw_0(t)}$

L'algorithme utilisé pour estimer et suivre les variations des variables $\alpha(t)$ et $\rho(t)$ est basé sur le principe de la minimisation de l'erreur de prédiction (l'erreur résiduelle), qu'on note $e(t, \theta)$, avec $\theta = [\alpha, \rho]^T$

Ce qui donne :

$$e(t, \theta) = H(q^{-1})y(t) = \alpha\rho e(t-1, \theta) + y(t) - \alpha y(t-1) \quad (2.193)$$

L'algorithme EPR est donné à partir de la minimisation du critère $V(t, \theta)$ ayant des poids exponentiels de $e(t, \theta)$:

$$V(t, \theta) = 1/2 \left(\sum_{i=1}^t \gamma^{t-i} |e(i, \theta)|^2 \right) \quad (2.194)$$

avec le facteur d'oubli tel que $\gamma, 0 < \gamma < 1$ et $1 - |\gamma| \ll 1$ définit le facteur d'oubli.

Le gradient de e par rapport à θ est donné par :

$$\psi(t, \theta) = \frac{\partial e(t, \theta)}{\partial \theta} = \left[\frac{\partial e(t, \theta)}{\partial \alpha}, \frac{\partial e(t, \theta)}{\partial \rho} \right]^T \quad (2.195)$$

On dérive (2.193) des deux cotés respectivement par rapport à α et ρ , on trouve :

$$\begin{aligned} \frac{\partial e(t, \theta)}{\partial \alpha} &= \rho e(t-1, \theta) + \alpha \rho \frac{\partial e(t-1, \theta)}{\partial \alpha} - y(t-1) \\ \frac{\partial e(t, \theta)}{\partial \rho} &= \alpha e(t-1, \theta) + \alpha \rho \frac{\partial e(t-1, \theta)}{\partial \rho} \end{aligned} \quad (2.196)$$

Par définition $|\alpha| = 1$, ce qui exige quelques normalisations pour garder $\hat{\alpha}(t) = e^{j\hat{\omega}_0(t)}$ sur le cercle unité. L'estimation de ρ exige aussi quelques rectifications pour garantir la stabilité du filtre. on doit vérifier la contrainte suivante : $|\hat{\rho}(t)| \leq \rho_{\max} < 1$

Un inconvénient de l'algorithme EPR réside dans le choix identique des facteurs d'oublis α et ρ alors que des expériences précédentes ont prouvé que le taux d'adaptation pour ρ doit être plus petit que celui de α . Nous proposons une solution permettant d'éviter cet inconvénient en utilisant un algorithme EPR de version découplée et en prenant deux facteurs d'oublis différents γ_α et γ_ρ , qui fixent le taux d'adaptation respectivement des estimations $\hat{\alpha}(t)$ et $\hat{\rho}(t)$

On donne les notations suivantes utilisées dans l'algorithme EPR découplé :

$$\begin{aligned}
 \psi_{\alpha}(t) &= \left(-\frac{\partial e(t, \theta)}{\partial \alpha} \right)_{\theta=\hat{\theta}(t)} \\
 \psi_{\rho}(t) &= \left(-\frac{\partial e(t, \theta)}{\partial \rho} \right)_{\theta=\hat{\theta}(t)} \\
 V_{\alpha}(t) &= \left(\frac{\partial e^2(t, \theta)}{\partial \alpha^2} \right)_{\theta=\hat{\theta}(t)} \\
 V_{\rho}(t) &= \left(\frac{\partial e^2(t, \theta)}{\partial \rho^2} \right)_{\theta=\hat{\theta}(t)}
 \end{aligned} \tag{2.197}$$

Cette prise en compte des modifications dans l'algorithme EPR [Ljung 1983] nous donne :

$$\begin{aligned}
 e(t) &= \hat{\alpha}(t-1)\hat{\rho}(t-1)e(t-1) + x(t) - \hat{\alpha}(t-1) \\
 L_{\alpha}(t) &= \frac{P_{\alpha}(t-1)\psi_{\alpha}(t)}{\gamma_{\alpha} + \psi_{\alpha}^T P_{\alpha}(t-1)\psi_{\alpha}(t)} \\
 P_{\alpha}(t) &= P_{\alpha}(t-1) - L_{\alpha}(t)\psi_{\alpha}^T(t)P_{\alpha}(t-1)/\gamma_{\alpha} \\
 \tilde{\alpha}(t+1) &= \hat{\alpha}(t) + V_{\alpha}^{-1}(t)\psi_{\alpha}^T e(t) \\
 \hat{\alpha}(t+1) &= \frac{\tilde{\alpha}(t+1)}{|\tilde{\alpha}(t+1)|}
 \end{aligned} \tag{2.198}$$

$$\begin{aligned}
 L_{\rho}(t) &= \frac{P_{\rho}(t-1)\psi_{\rho}(t)}{\gamma_{\rho} + \psi_{\rho}^T P_{\rho}(t-1)\psi_{\rho}(t)} \\
 P_{\rho}(t) &= P_{\rho}(t-1) - L_{\rho}(t)\psi_{\rho}^T(t)P_{\rho}(t-1)/\gamma_{\rho} \\
 \hat{\rho}(t+1) &= \hat{\rho}(t) + V_{\rho}^{-1}(t)\psi_{\rho}^T e(t) \\
 \hat{\rho}(t+1) &= \begin{cases} \tilde{\rho}(t+1) & \text{si } |\tilde{\rho}(t+1)| \leq \rho_{\max} \\ 0.95 \frac{\tilde{\rho}(t+1)}{|\tilde{\rho}(t+1)|} & \text{si } |\tilde{\rho}(t+1)| > \rho_{\max} \end{cases}
 \end{aligned} \tag{2.199}$$

Ces modifications dans l'algorithme précédent ont donné lieu à une amélioration de l'estimation par rapport à celle trouvée dans la figure 2.23 ce qui donne le résultat présenté dans la figure 2.24.

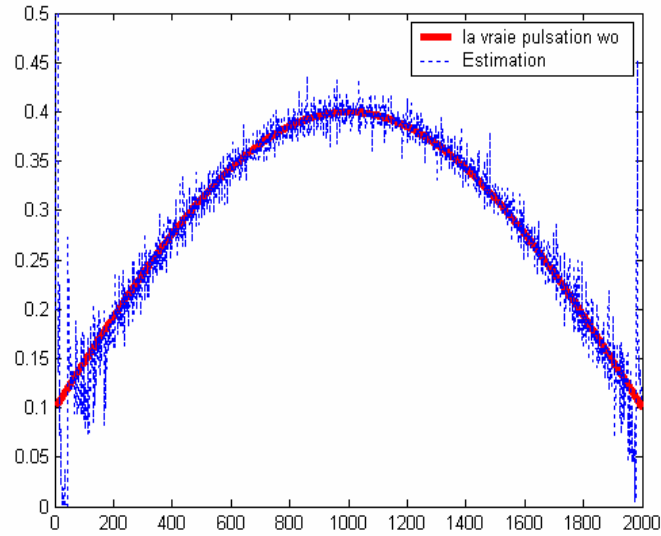


Fig. 2.24 : Estimation d'une variation de la fréquence fondamentale
du signal donné dans l'expression (2.190) à l'aide du filtre Peigne modifié

Avec ces modifications appliquées à l'algorithme de Peigne, de type EPR, on a pu améliorer le suivi d'une variation aléatoire de la fréquence que nous avons générée et nous avons présentée dans la figure 2.25.

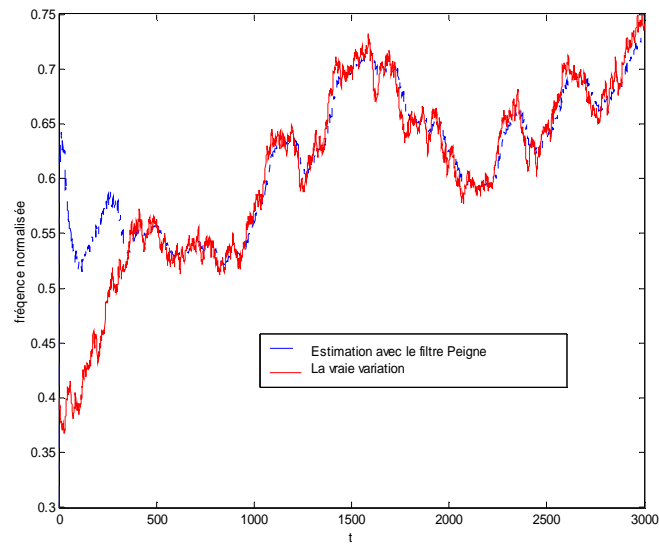


Fig. 2.25 Estimation d'une variation aléatoire avec l'algorithme de Peigne modifié

2.8 Approche évolutive : Estimation en différée

On s'intéresse dans cette partie à la caractérisation à la non stationnarité d'un signal y par l'évolution dans le temps des coefficients du modèle AR. Ceux-ci s'expriment comme une combinaison linéaire d'une famille de fonctions connues. Dans ce cas on paramètre, non seulement le modèle à chaque instant, mais aussi l'évolution de ces paramètres. Dans ce cas, les paramètres inconnus sont les coefficients de cette décomposition linéaire. Ce type de modélisation permet d'imposer une régularité de l'évolution des coefficients contrairement aux méthodes récursives. Cette méthode diffère également des méthodes récursives présentées précédemment par la prise en compte de l'évolution temporelle des paramètres directement dans le modèle. La minimisation peut être réalisée alors sur le bloc de données sans faire intervenir de méthodes récursives.

Un signal mesuré sur un intervalle d'observation $[0, N]$ sera donc représenté soit par le modèle autorégressif évolutif suivant:

$$y(t) + a_1(t-1)y(t-1) + \dots + a_p(t-p)y(t-p) = e(t) \quad (2.200)$$

soit par le modèle ARMA évolutif suivant :

$$\begin{aligned} y(t) + a_1(t-1)y(t-1) + \dots + a_p(t-p)y(t-p) = \\ b_0e(t) + b_1(t-1)y(t-1) + \dots + b_q(t-q)e(t-q) \end{aligned} \quad (2.201)$$

Les modèles AR et ARMA sont dits évolutifs lorsque leurs coefficients forment une combinaison linéaire des fonctions $f_j(t)$ [Grenier 1983] telles que :

$$\begin{cases} a_i(t) = \sum_{j=0}^m a_{ij} f_j(t) \\ b_i(t) = \sum_{j=0}^n b_{ij} f_j(t) \end{cases} \quad (2.202)$$

2.8.1 Choix de la base :

Le choix de ces bases est important, la qualité de l'estimation dépend en grande partie de ce choix. La première contrainte que doivent respecter ces fonctions f_j est l'orthogonalité. Ceci n'est pas important pour l'identification du modèle mais améliore l'estimation par un meilleur conditionnement numérique du système à résoudre. Cette base de fonctions doit couvrir au mieux l'espace des valeurs parcourues par les a_{ij} et les b_{ij} quand ceux-ci peuvent être connus à priori, tout en minimisant le nombre de fonction.

La base de fonctions la plus simple est la base polynomiale, issue du développement limité des a_{ij} et des b_{ij} :

$$f_m(t) = \frac{t^m}{m!} \quad (2.203)$$

Une base équivalente est obtenue à l'aide des polynômes de Legendre :

$$\begin{cases} U_m(t) = \frac{2m-1}{m}tU_{m-1}(t) - \frac{m-1}{m}tU_{m-2}(t) \\ U_0(t) = 1 \\ U_1(t) = t \end{cases} \quad \text{pour } t \in [-1, 1] \quad (2.204)$$

Dans [Hall 1977] et [Hall 1983], on trouve la décomposition en série de Fourier des coefficients a_{ij} et b_{ij} :

$$\begin{cases} f_0(t) = 1 \\ f_{2m-1}(t) = \cos(mt) \\ f_{2m}(t) = \sin(mt) \end{cases} \quad m > 0 \quad (2.205)$$

On peut trouver d'autres définitions de bases dans [Bataillou 1994].

Dans ce cas de modélisation, le signal scalaire $y(t)$ donné par (2.200) est transformé en un signal vectoriel $Y(t)$ à partir de la décomposition linéaire des coefficients de son modèle. L'origine du temps pour les coefficients a_i est choisie de façon à faire coïncider les deux termes $y(t-i)$ et $a_i(t-i)$ ce qui nous permet d'écrire le produit suivant :

$$\begin{aligned} a_i(t-i)y(t-i) &= \left(\sum_{j=0}^m a_{ij} f_j(t-i) \right) y(t-i) \\ &= \sum_{j=0}^m a_{ij} (f_j(t-i)y(t-i)) \\ &= [a_{i0} \cdots a_{im}] Y(t-i) \end{aligned} \quad (2.206)$$

Le vecteur $Y(t)$ est le vecteur des produits $y(t)$ par chacune des fonctions de la base :

$$Y(t) = \begin{bmatrix} f_0(t) \\ \vdots \\ f_m(t) \end{bmatrix} y(t) \quad (2.207)$$

Cette nouvelle écriture vectorielle du signal $y(t)$ permet de transformer le modèle autorégressif non stationnaire (2.200) en un modèle stationnaire. La régression du signal $y(t)$ est donc réalisé à l'aide du vecteur $Y(t)$:

$$y(t) = [a_{10} \cdots a_{1m} a_{20} \cdots a_{2m} \cdots a_{p0} \cdots a_{pm}] \begin{bmatrix} Y(t-1) \\ \vdots \\ Y(t-p) \end{bmatrix} + e(t) \quad (2.208)$$

On définit le vecteur des paramètres inconnus par θ

$$\theta = [a_{10} \cdots a_{1m} a_{20} \cdots a_{2m} \cdots a_{p0} \cdots a_{pm}]^T \quad (2.209)$$

L'expression (2.208) s'écrit donc sous la forme :

$$y(t) = \varphi(t)^T \theta + e(t) \quad (2.210)$$

On retrouve alors la même équation que (2.42). $\varphi(t)$ se transforme en $\Phi(t)$ donné par :

$$\varphi(t) = [Y^T(t-1), Y^T(t-2), \dots, Y^T(t-p)]$$

Une estimation du vecteur θ des paramètres inconnus sera déduite des méthodes vues dans le cas stationnaire d'une façon récursive, ou d'une façon adaptative comme dans l'algorithme (2.150) ou avec les moindres carrés classiques. Une fois le vecteur des coefficients $a_{i,j}$ estimé, on en déduit la variation des coefficients du modèle en remplaçant les $a_{i,j}$ dans l'expression (2.202).

2.8.2 Méthode évolutive de Prony

On revient au modèle donné au paragraphe 2.4.2 et on remplace les coefficients a_i par leur décomposition linéaire sur l'une des bases orthogonales définies ci-dessus ce qui donne l'écriture suivante :

$$\begin{bmatrix} y(2p) \\ y(2p+1) \\ \vdots \\ y(2p-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y^T(2p-1) & Y^T(2p-2) & \cdots & Y^T(0) \\ Y^T(2p) & Y^T(2p-1) & \cdots & Y^T(1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y^T(N-2) & Y^T(N-2) & \cdots & Y^T(N-2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{1m} \\ a_{21} \\ a_{2m} \\ \vdots \\ a_{L1} \\ a_{Lm} \end{bmatrix} = e(t) \quad (2.211)$$

$$y + Ma = e(t) \quad (2.212)$$

Cette écriture est similaire à celle obtenue dans (2.210) en considérant un vecteur d'observation.

La nouvelle dimension de la matrice M devient $(N - 2p) \times (2p \times m)$, avec m la dimension de la base.

On constate que le rang de la matrice M reste égal à $(2p \times m)$ car $y(t)$ est défini par (2.208). On déduit le vecteur θ des coefficients de la base, en utilisant la pseudo inverse suite à la décomposition de la matrice M comme vu en (2.83). Ensuite, le vecteur $a(t) = [a_1(t), a_2(t), \dots, a_p(t)]$ est calculé à partir de (2.202).

Nous reprenons comme signal de simulation celui présenté dans (2.124) auquel nous avons appliqué la méthode de Prony évolutive. Nous voyons dans la figure 2.26 que la contrainte que les a_i soient décomposables sur des bases de fonctions rend le suivi des variations difficile. Nous avons utilisé dans ce cas une base polynomiale d'ordre 4. Les fréquences des pôles ont été déduites des coefficients estimés ce qui explique le saut de piste observé à l'indice 800. L'utilisation de l'algorithme de suivi de piste donné dans [Meste 2005] permettrait facilement d'éliminer ce problème.

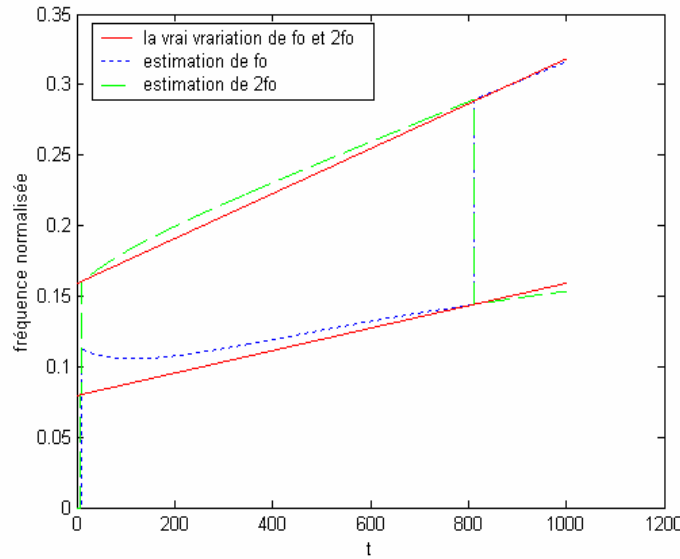


Fig. 2.26 : Estimation des fréquences avec l'algorithme de Prony évolutif

On s'est intéressé ensuite à l'introduction de cette modélisation évolutive dans les algorithmes EPR définis dans les paragraphes précédents. Le critère à minimiser est dans ce cas défini en fonction des coefficients de projections donnés par le vecteur θ défini dans (2.209). Le gradient est calculé par rapport à ce vecteur. On trouve l'expression du gradient suivante :

$$\psi(t) = \frac{\partial e(t)}{\partial \theta} = \frac{\partial e(t)}{\partial a^T} \frac{\partial a(t)}{\partial \theta} \quad (2.213)$$

D'après (2.158) et (2.202), le gradient est :

$$\psi(t) = -\varphi(t)^T \times f \quad (2.214)$$

avec $f = \{f_1, f_2, \dots, f_m\}$, contient les fonctions de la base. Une fois le vecteur des coefficients de la projection estimé, on peut retrouver les coefficients a_i qui fournissent alors les fréquences du signal. Le problème de poursuite des fréquences se pose à nouveau. Dans la suite on proposera les deux solutions suivantes.

La première consiste à utiliser l'algorithme EPR afin d'estimer les coefficients de projection de la fréquence fondamentale sur la base, de ce fait w_0 se décompose sur la base comme suit :

$$w_0 = [w_{10}, w_{20}, \dots, w_{m0}] \times [f_1, f_2, \dots, f_m]^T \quad (2.215)$$

La poursuite de la variation de w_0 à l'aide de l'algorithme EPR est réalisée à l'aide du calcul du gradient défini dans (2.185) :

$$\psi(t) = \frac{de(t)}{d\theta} = \sum_{i=0}^n \frac{de(t)}{da_i} \frac{da_i}{dw_0} \frac{dw_0}{d\theta} \quad (2.216)$$

Ceci correspond à l'algorithme EPR sous l'approche filtre Peigne et en prenant compte le modèle évolutif.

2.9 Evaluation des résultats:

On considère les 37 signaux simulés créés à partir du modèle $y_1(t) = \cos(\varphi(t))$ et présenté au paragraphe (2.6) dans le cas bruité et non bruité (SNR =35 dB). Nous appliquons à ces signaux les différentes méthodes présentées précédemment, qui sont : Prony évolutif, Filtre Peigne évolutif, Filtre Peigne classique, Prony modifié, Périodogramme sur des fenêtres glissantes $\langle f_i \rangle$ (fréquence moyenne de la Transformée de Fourier).

Le critère permettant de les comparer sera :

$$EQ = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (f(t) - \hat{f}(t))^2}$$

Où $f(t)$ représente la vraie fréquence simulée et $\hat{f}(t)$ son estimation.

Nous voyons dans les figures 2.27 et 2.28 un léger avantage pour les méthodes filtre peigne évolutif et filtre Peigne classique. Il faut préciser que dans ces simulations les signaux sont monocomposantes, ce qui simplifie les différents algorithmes d'un point de vue du temps calcul mais surtout évite l'apparition de minima locaux lorsque les paramètres estimés apparaissent non linéairement dans le

modèle. C'est le cas de filtre en Peigne qui est sensible à ce problème comme nous l'avons vu dans les précédentes simulations.

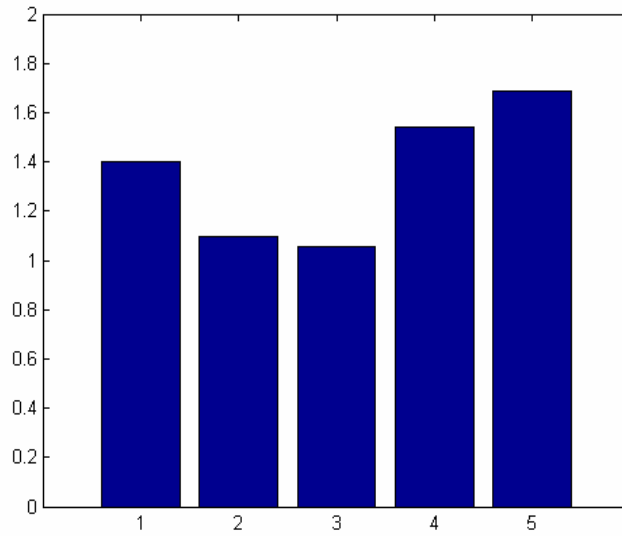


Fig. 2.27 : moyenne de l'EQ sur les 37 simulations non bruitées

1 :Prony évolutif, 2 :Filtre Peigne évolutif

3 :Filtre Peigne classique ;4 : Prony modifié

5 : Périodogramme sur des fenêtres glissantes

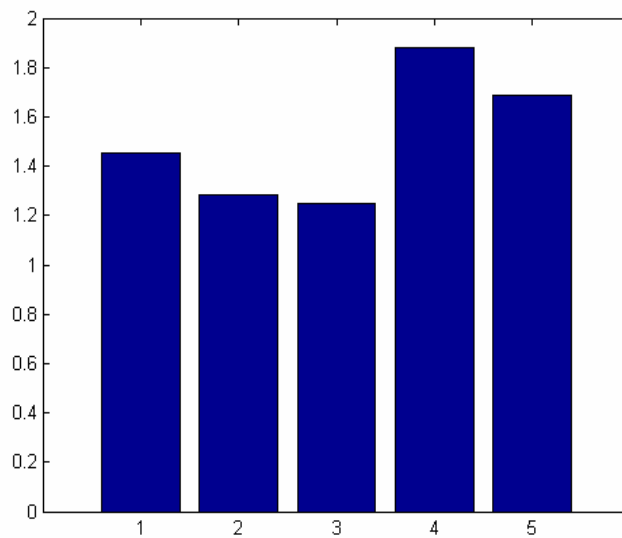


Fig. 2.28 : moyenne de l'EQ sur les 37 simulations bruitées

Dans cette simulation, l'appellation filtre en Peigne est abusive car une seule fréquence est rejetée, il faudrait alors l'appeler filtre réjecteur évolutif. Nous avons gardé l'appellation filtre en Peigne car l'algorithme que nous avons utilisé en est déduit. De plus, nous n'avons pas abordé explicitement l'estimation directe de la fréquence fondamentale dans le cas du filtre réjecteur.

Nous avons appliqué ces méthodes aux signaux réels après les avoir préalablement filtrés passe-bas en considérant une fréquence de fibrillation maximale. Les signaux analysés sont donc considérés monocomposantes.

On trouve dans la figure 2.29 les correspondances « fréquence fondamentale estimée » et « inverse de la période réfractaire » pour les 37 signaux réels et pour la méthode du filtre Peigne évolutif. Nous représentons également les deux droites de régressions.

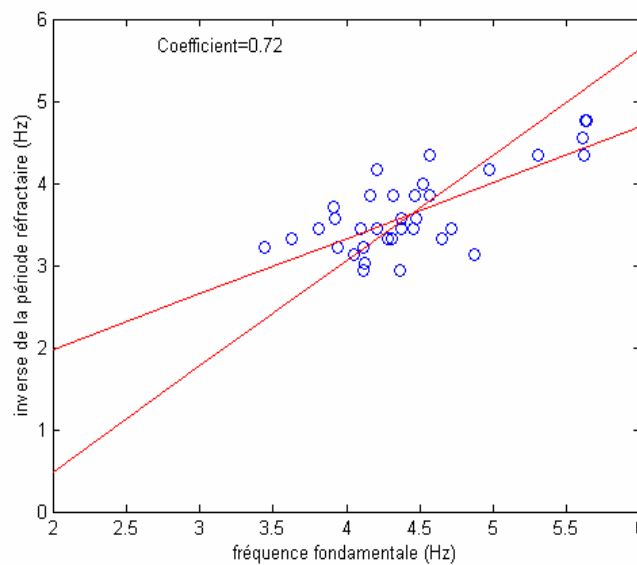


Fig. 2.29 : Relation entre la moyenne de la fréquence fondamentale estimée par la méthode du Peigne évolutif et la période réfractaire calculée à partir d'une stimulation de 120 bat/min

On présente dans le tableau suivant les valeurs de la corrélation des fréquences estimées avec l'inverse de la période réfractaire, en utilisant les différentes méthodes présentées dans la partie précédente.

On constate que les résultats trouvés avec les méthodes filtre Peigne donnent une meilleure corrélation, de même que celle de Prony modifié. On peut comparer ces résultats à ceux obtenus à l'aide de méthodes stationnaires (Tab. 2.3). Cela nous permet de déduire que les méthodes non stationnaires sont plus fiables que celles stationnaires.

Méthodes	Coefficient de corrélation
Filter Peigne classique	0.73
Filter Peigne évolutif	0.72
Prony évolutif	0.53
Prony modifié	0.66
Spectre compressé	0.54
Moyenne des fréquences du spectre $\langle f_i \rangle$	0.56

Tab. 2.4 : Coefficients de corrélation trouvés par rapport à chacune des méthodes pour les signaux de FV

Ce résultat de corrélation se confirme dans la figure 2.30, où les valeurs des fréquences estimées et l'inverse des périodes réfractaires sont représentés en fonction de l'indice de patient.

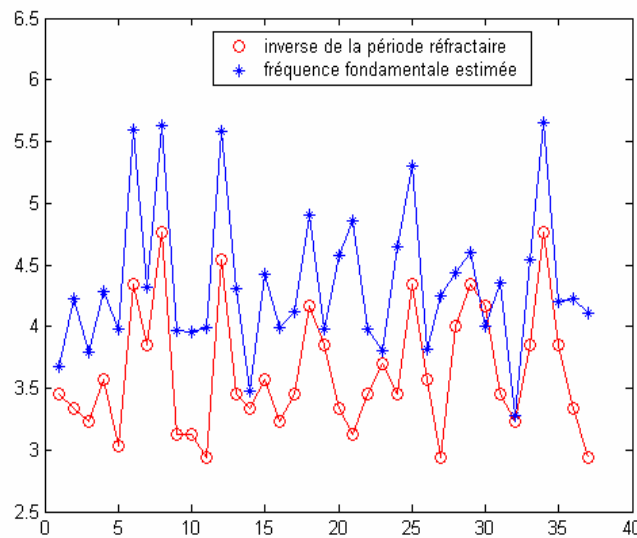


Fig. 2.30 : Moyennes de la fréquence fondamentale estimée par la méthode du Peigne évolutif et les périodes réfractaires calculées à partir d'une stimulation de 120 bat/min, fonction de l'indice du patient.

Conclusion

De cette simulation et de ce résultat réel nous pouvons conclure que la prise en compte de la non stationnarité améliore l'analyse du signal de FV. Malheureusement la propriété d'harmonicité n'a pu être efficacement prise en compte dû à des problèmes de convergence des algorithmes. Les signaux réels gardant tout leur secret quant à la variation réelle de la fréquence de FV, nous nous sommes

basés sur des hypothèses physiologiques pour valider et comparer les différentes méthodes. La corrélation que nous avons mis en évidence donne raison aux hypothèses de départ et nécessiterait des simulations de modèles physiologiques afin de la confirmer.

Chapitre 3

ANALYSE DE FORME DES ONDES ECG HAUTE RESOLUTION

3.1 Introduction

Comme expliqué précédemment dans le chapitre 1, les méthodes classiques pour enregistrer l'ECG comportent au maximum 12 électrodes. Il existe aussi des systèmes d'acquisition du signal électrique cardiaque qui utilisent une grille d'électrodes disposées à la surface du corps et permettent d'établir une cartographie du potentiel électrique précise et de représenter par une valeur numérique ou une couleur, une grandeur relative aux coordonnées de l'électrode. L'historique et les diverses utilisations de ces systèmes seront détaillés ultérieurement dans le paragraphe 3.2. Ces représentations spatiales qui peuvent être dépendantes ou non du temps, ont pour but de fournir une information significative. Toutefois il a été montré dans plusieurs travaux récents [Taccardi 2002], que ces enregistrements, couvrant la surface entière du thorax, et avec un nombre suffisant d'électrodes, présentent l'information de l'activité électrique du cœur sous forme plus détaillée et constituent donc une aide supplémentaire au diagnostic. Cette information peut être représentée par différents critères disponibles dans le signal tels que amplitude, fréquence, symétrie et forme. L'appareillage moderne fournit donc une représentation échantillonnée spatialement et temporellement.

Cette variété de grandeurs mesurables nous laisse entrevoir les difficultés relatives au choix d'un critère améliorant le diagnostic. En effet, ce critère doit identifier, à partir de l'analyse des signaux ECG, certaines arythmies et fournir une information complétant d'autres analyses invasives ou non tout en augmentant la fiabilité et la précision. Ce qui revient à augmenter la sensibilité et la spécificité de l'identification des sujets à risque.

Le calcul de ce critère peut être soit global, en utilisant une base d'apprentissage contenant un grand nombre de sujets sains et malades, soit local, c'est à dire que chaque sujet est sa propre référence. Dans le premier cas, le critère est généralement calculé en utilisant une Analyse en Composante Principale (ACP). Cette analyse fournit une caractérisation globale des signaux recueillis à partir de tous les sujets d'une population. La Transformation de Karhunen Loève est une solution robuste à ce problème d'analyse. Elle a été largement étudiée pour traiter des données issues de plusieurs canaux [Olmos 2002], [Olmos 1999]. Contrairement à cette approche, nous proposons d'utiliser la notion de distribution spatiale de forme, sujet par sujet. Ceci constitue une approche locale et innovante par rapport à la majorité des solutions.

Dans ce chapitre, nous démontrons l'utilité d'un système à 64 électrodes à Haute Résolution (HR), combiné à une analyse de forme du signal, pour extraire des informations de l'ECG. Cette information est non seulement importante pour le diagnostic, mais également pour la compréhension de l'électrophysiologie cardiaque. Nous notons que le problème de l'analyse de forme n'est pas souvent abordé dans le domaine du traitement des signaux. L'analyse de forme a déjà montré des résultats prometteurs [Oficjalska 1994], [Rix 2002], [Boudaoud 2003] et [Khaddoumi 2004].

Dans de précédents travaux relatifs à la forme du signal et dans le domaine de l'ECG thoracique, différents paramètres ont été calculés à partir du signal recueilli par chaque électrode. Parmi ces

paramètres on cite l'indice de forme d'onde T (TSI) [Fereniec 2002], qui dépend implicitement de la forme de cette onde et l'indice de symétrie mesuré par le rapport de l'aire des surfaces définies par le début de l'onde T, l'instant d'apparition de son maximum, la fin de l'onde T [Bernardo 2002]. D'autre part, les complexes QRST sont étudiés en calculant leur surface [Hubley-kozey 1995]. Cependant, ces paramètres ne représentent pas complètement l'information de forme. Notre approche, tient compte, non seulement de la distribution spatiale des formes mais aussi nous permet d'exploiter toute l'information contenue dans la forme pour établir un critère de similarité. Nous remarquons qu'une définition absolue de la forme n'existe pas : seule une différence de forme entre deux signaux n'a de sens.

Le problème pour lequel nous proposons une solution originale peut s'exprimer par la question : la variabilité spatiale des différences de forme des ondes ECG apporte-t-elle une information pertinente ? Nous avons essayé de répondre à cette question en considérant deux populations de sujets. Les sujets constituant la première population présentent des pathologies cardiaques clairement identifiées ; la deuxième population faisant office de contrôle. Les paramètres qui nous permettront de distinguer ces deux populations reposeront sur la notion de dispersion de forme. Afin de comparer notre approche à celle effectuée par l'équipe polonaise du Professeur Maniewski [Fereniec 2002], nous avons choisi comme type de pathologie générale l'Infarctus de Myocarde (IM). Les caractéristiques de cette pathologie suggèrent qu'une séparation des deux populations devrait apparaître en utilisant des ondes T. L'utilisation des ondes P et QRS devrait au contraire n'exhiber aucune différence significative.

L'emplacement des électrodes du système d'électrocardiographie thoracique est traité comme une succession de colonnes mises côte à côte tout autour du thorax. Pour calculer une différence de forme, un signal de référence est nécessaire. Malheureusement, il n'y a aucun critère a priori permettant de définir cette référence. Nous proposons deux choix possibles : un signal réel optimal ou bien un signal synthétique fourni pour chaque colonne.

Comme nous le verrons dans la suite, l'association aux ondes de références (réelle ou synthétique) d'une position sur le thorax nous permettra de définir un chemin moyen. Un résultat non prévisible a été observé: le chemin liant ces positions est presque invariable, c'est-à-dire qu'il ne dépend ni du type de l'onde de l'ECG (P, QRS et T) ni de la population (pathologique et non pathologique).

L'électrocardiographie thoracique diffère de l'électrocardiographie standard (chapitre 1) en ce qu'elle cherche à établir des relations entre les ondes de l'ECG non seulement temporellement mais également spatialement. Cette démarche est également suivie dans le domaine de la vectocardiographie [Fayn 1983], [Sornmo 1998] où un vecteur dont la position varie dans le temps est constitué à l'aide des dérivations X, Y et Z enregistrées simultanément. L'analyse des « boucles » vectocardiographiques apparaissant dans un cycle cardiaque complet permet la discrimination conjointe temporelle et spatiale de sujets à risque.

3.2 Histoire de l'électrocardiographie thoracique :

La distribution spatiale des potentiels électriques à la surface du corps, appelée également l'électrocardiographie thoracique, a été étudiée depuis 1889. Ces études reposent sur des systèmes composés de 10 à 20 électrodes et visent à définir les sources du champ électrique cardiaque. Il a été suggéré [Waller 1889] [Nahun 1951] que le générateur électrique cardiaque, vu de la surface du corps, est équivalent à un dipôle électrique simple. En 1939 Bohning et Katz [Bohning 1939] ont montré qu'il existe des minima et des maxima du potentiel cardiaque à la surface du thorax. En 1951, la première description des courbes isopotentielles a été présentée par Nahun et al à des instants successifs, pendant le cycle cardiaque humain [Nahun 1951]. Cependant, dans les années 60, des techniques avancées ont montré que cette distribution des potentiels produits par le coeur humain, ainsi que chez les animaux, est beaucoup plus complexe que celle produite par un simple dipôle électrique [Taccardi 1963][Taccardi 1962]. Dans ses deux articles, Taccardi a montré que des maxima et des minima du potentiel sont simultanément présents sur la surface du thorax, et que leur nombre, leur forme et leur localisation varient pendant l'excitation du potentiel électrique (figure 3.1). Un des désavantages de ce type d'enregistrement est qu'il produit un nombre important de données auxquelles sont associés des algorithmes compliqués et gourmands en temps de calcul. Ceci explique la lente émergence (environ 25 années) de cette nouvelle technique de recueil de l'activité électrique cardiaque. En raison du développement rapide de l'informatique (logiciel et matériel), l'électrocardiographie thoracique est récemment redevenue une technique à la mode dans l'électrocardiographie non invasive. Beaucoup d'études ont montré son potentiel important pour le diagnostic [Hubley-Kozey 1995], [Flowers 1995] et [Bailon 2003] aussi bien que son utilité dans des procédures inverses [Huiskamp 1988] [Gulrajani 1998]. Ces dernières jouent deux rôles importants. En premier lieu, elles permettent l'évaluation des potentiels dans les régions où ils ne pourraient pas être prélevées et deuxièmement, elles permettent la construction des courbes isopotentielles pour la visualisation et la reconstruction des potentiels endocardiaques [Gulrajani 1998], [Huiskamp 1988]. Bien que, le système conventionnel à 12 électrodes fournisse une des évaluations principales les plus importantes pour détecter les infarctus aigus, il peut parfois être moins efficace pour la détection de certaine pathologie. En effet, des minima ou des maxima de potentiel anormaux, signalant l'ischémie ou l'infarctus myocardique, ont été trouvés dans des secteurs éloignés des positions couvertes par les 12 électrodes standard. En dépit des avantages qu'apporte l'électrocardiographie thoracique, elle n'est pas encore devenue une méthode clinique fréquemment utilisée pour le diagnostic cardiaque. Ceci est dû principalement au prix élevé de l'installation des électrodes et l'absence de standardisation dans l'acquisition du signal ECG.

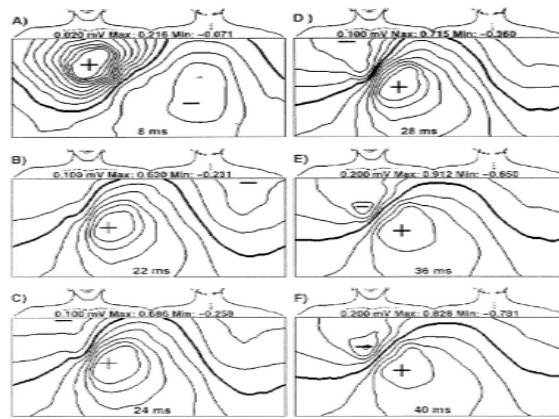


Fig. 3.1 Des cartes isopotentiellles normales

3.3 Acquisition des signaux ECG

Les enregistrements ont été réalisés par l'équipe de Varsovie, à l'aide d'un système d'acquisition HR. Ce système d'enregistrements appartient à l'institut de Biocybernétique et Génie Biomédical de Varsovie.

Les différents sujets, pathologiques et non pathologiques, ont subi le même protocole (figure 3.3) [Fereniec 2001], pour lequel des bandes verticales constituées des électrodes, ont été appliquées autour du thorax (figure 3.2). Le système d'électrocardiographie thoracique contient un total de 64 électrodes : 3 électrodes de membre et 61 électrodes unipolaires placés autour du thorax selon le système d'Amsterdam : 40 ont été placées sur le thorax et 21 sur le dos d'une façon non homogène (figure 3.4). Les enregistrements ont été effectués dans une salle électriquement isolée par une cage de Faraday. Les sujets sont allongés sur le dos et au repos, en dehors de tout épisode de tachycardie ou de fibrillation. Ces données proviennent de 15 sujets en bonne santé constituant la population de contrôle et de 12 patients ayant eu déjà un Infarctus du Myocarde (IM) de natures différentes. Nous n'avons donc pas une population homogène en terme de pathologie. Les battements sont segmentés sur chaque enregistrement et une moyenne d'ensemble est calculée à partir de 100-150 battements corrélés entre eux (corrélation >0.98).



Fig. 3.2 un sujet allongé avec des bandes d'électrodes appliquées sur le thorax

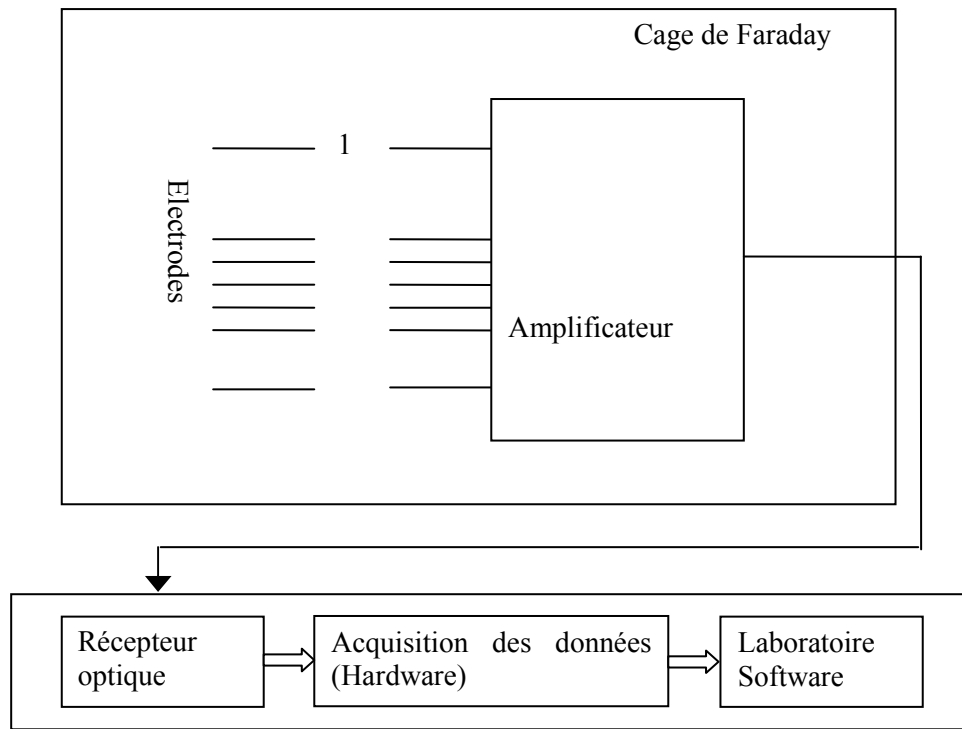


Fig. 3.3 Le système d'acquisition des signaux à 64 électrodes

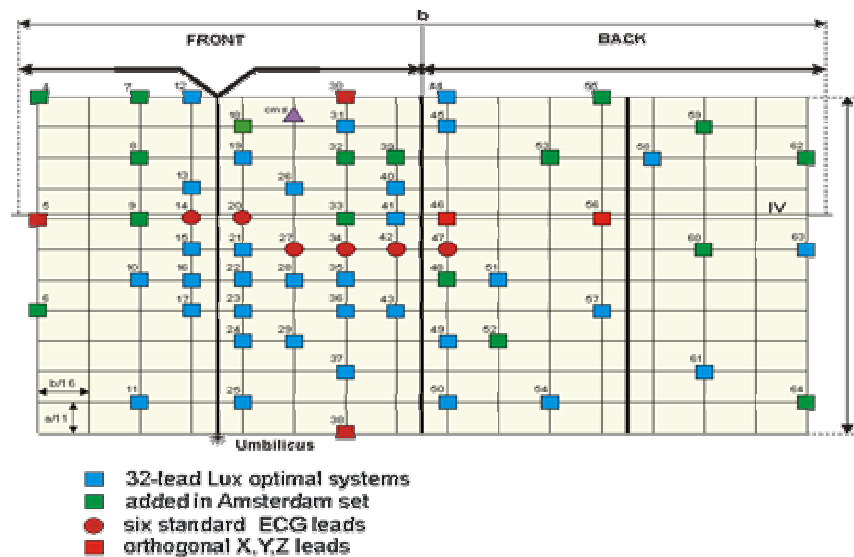


Fig. 3.4 La grille des électrodes

3.4 Choix d'une référence

A partir des enregistrements recueillis sur les 64 électrodes, nous recherchons une information pertinente pouvant fournir un outil de caractérisation d'une pathologie par rapport à une référence quelconque. Dans cette optique, deux voies peuvent être explorées. Dans la première, nous définissons une référence d'ensemble (ou globale), calculée par des méthodes telles que l'analyse en composantes principales. La deuxième voie consiste à chercher une référence qui soit propre à un sujet particulier (ou référence locale). Notre approche, basée sur une dispersion spatiale de forme, exploitera cette alternative. Dans le paragraphe suivant nous commençons par une étude des deux populations à l'aide d'une référence globale.

3.4.1 Référence Globale : Analyse en composantes principales et Transformation de Karhunen Loève

La transformation de Karhunen Loève a pour but de transformer un tableau de données de N individus et de n réalisations (nombre d'échantillons d'un signal) afin d'en extraire l'information principale. L'idée de la transformation est d'extraire une base optimale de dimension réduite à partir de la matrice de covariance des observations en approximant au sens des moindres carrés l'ensemble des observations. Les vecteurs qui constituent cette base permettront de procéder à une classification par analyse discriminante, en projetant un signal sur cette base. Nous rappelons ci-dessous le principe de la méthode ACP que nous appliquerons aux données réelles.

L'analyse en composantes principales est une méthode statistique classique. Cette transformation linéaire est utilisée pour l'analyse et la compression des données. En particulier, la transformation de Karhunen Loève est basée sur la représentation statistique d'un vecteur aléatoire $X = (x(1), x(2), \dots, x(L))^T$. On note sa moyenne $\mu = E(X)$ et sa covariance par :

$$C = E((X - \mu)(X - \mu)^T) \quad (3.1)$$

Les composantes de C , notées $C_{i,j}$, représentent la covariance entre les composantes x_i et x_j . La composante $C_{i,i}$ est la variance de la composante x_i . Dans le cas où x_i et x_j sont non corrélées, leur covariance est nulle. ($C_{i,j} = C_{j,i} = 0$). Cette matrice admet une décomposition en vecteurs et valeurs propres. Le vecteur propre m_i et sa valeur propre λ_i sont les solutions de l'équation suivante :

$$Cm_i = \lambda_i m_i \quad (3.2)$$

Le schéma ci-dessous représente l'ensemble des données mises à notre disposition.

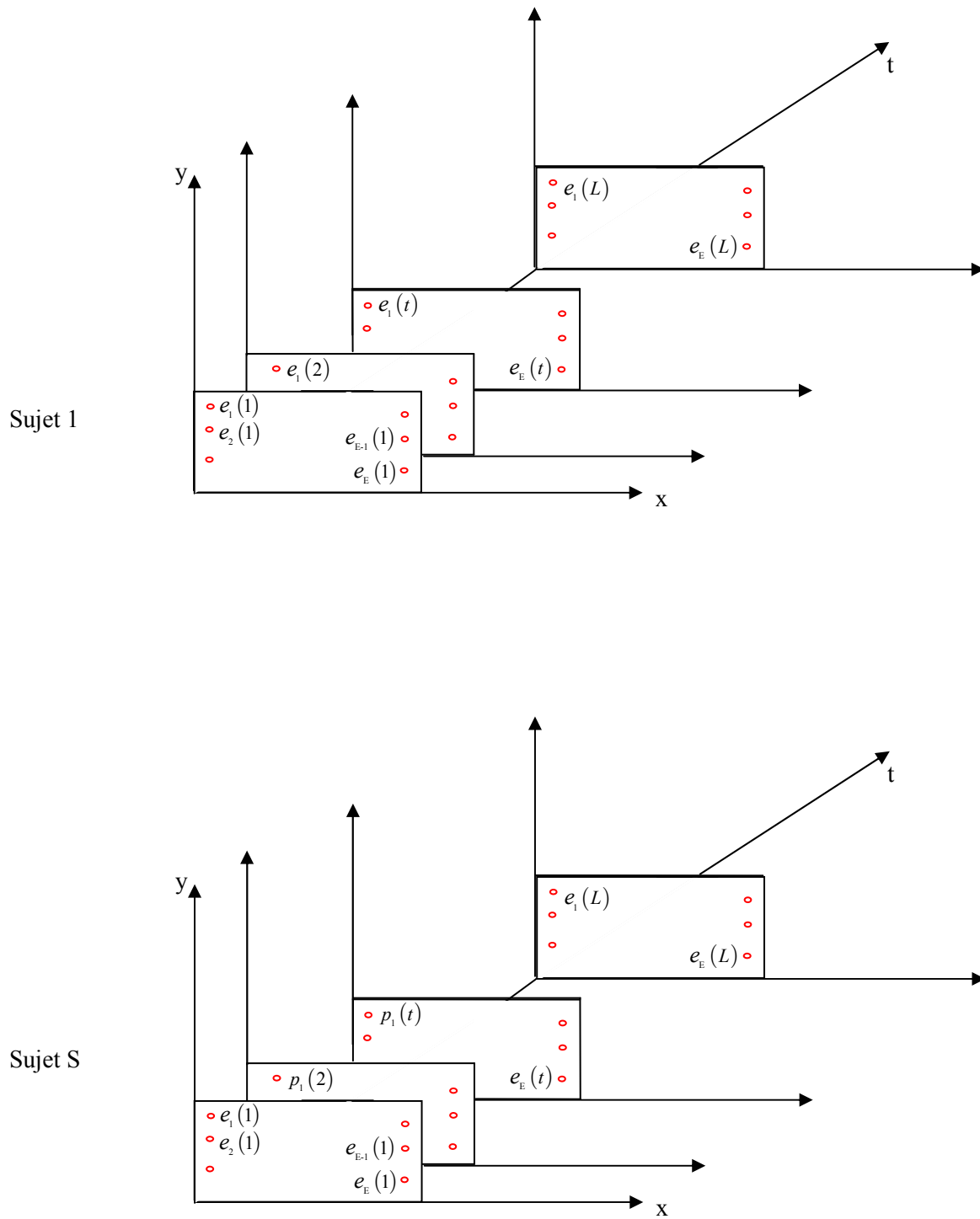


Fig. 3.5 : L'ensemble des données

Nous voyons que l'utilisation de la méthode TKL impose un ordonnancement de ces données. On aurait pu considérer les intégrales par rapport au temps, de chaque signal associé à une électrode. Le vecteur X aurait pu être formé par les valeurs des ces intégrales.

Dans notre étude, cette analyse aura pour but de représenter les signaux ECG recueillis sur chacune des 64 électrodes de surface et pour une population définie, à l'aide d'un nombre réduit de vecteurs de base. Ces vecteurs forment une base pour chaque électrode. Le vecteur aléatoire X sera formé alors par les échantillons successifs d'une électrode particulière. Pour une électrode e et un sujet p le vecteur sera donc :

$$X_{e,p} = (X_{e,p}(1), X_{e,p}(2), \dots, X_{e,p}(L)) \quad (3.3)$$

L représente le nombre total d'échantillons.

En considérant que l'espérance mathématique s'approxime par la moyenne d'ensemble sur la totalité des E_p sujets sains, μ_e et la matrice de covariance C_e sont données par :

$$\mu_e = E(X_{e,p}) = \frac{1}{E_p} \sum_{p=1}^{E_p} X_{e,p} \quad (3.4)$$

$$C_e = E\left((X_{e,p} - \mu_e)(X_{e,p} - \mu_e)^T\right) = \frac{\sum_{p=1}^{E_p} (X_{e,p} - \mu_e)(X_{e,p} - \mu_e)^T}{E_p} \quad (3.5)$$

La matrice M de KL est donnée par les L vecteurs propres de C_e : $M = [m_1, m_2, \dots, m_L]$. La transformation de $X_{e,p}$ dans la base M est :

$$Y_{e,p} = M^T (X_{e,p} - \mu_e) = [y_{e,p}(1), y_{e,p}(2), \dots, y_{e,p}(L)] \quad (3.6)$$

$Y_{e,p}$ représente un point dans la base orthogonale définie par M , les composantes de $Y_{e,p}$ constituent les coordonnées de $X_{e,p}$ qu'on peut reconstruire à partir de la transformation inverse et en utilisant la propriété de la matrice orthonormée ($M^{-1} = M^T$), nous obtenons :

$$X_{e,p} = M^T Y_{e,p} + \mu_e \quad (3.7)$$

La matrice de covariance de cette transformation est donnée par :

$$E\left((Y_{e,p} - \mu_e)(Y_{e,p} - \mu_e)^T\right) = E\left[(MX_{e,p} - M\mu_e)(MX_{e,p} - M\mu_e)^T\right] \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} &= ME\left[(X_{e,p} - \mu_e)(X_{e,p} - \mu_e)^T\right]M^T \\ &= MCM^T \\ &= \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_1 & \dots & . \\ . & . & \dots & . \\ 0 & . & \dots & \lambda_L \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Nous remarquons qu'il n'y a plus de redondance d'information dans $Y_{e,p}$.

En utilisant $Y_{e,p}$ de l'expression(3.6), on peut déduire la décomposition de $Y_{e,p}$ suivante :

$$Y_{e,p} = \sum_{k=1}^K w_k m_k + \sum_{k=K+1}^L w_k m_k = \hat{X}_{e,p} + \hat{v} \quad (3.10)$$

La première somme représente une estimation du vecteur $X_{e,p}$, alors que la deuxième correspond à une estimation du bruit. Le bruit considéré ici n'est pas forcément un bruit d'observation mais reflète les écarts de forme d'un sujet à l'autre. La décomposition statistique de ce bruit de forme étant inconnu, elle est remplacée par la statistique d'un bruit blanc. L'étape qui suit cette réduction de redondance consiste à trouver les vecteurs m_k qui approximent au mieux $X_{e,p}$ par $\hat{X}_{e,p}$. Cette approximation s'obtient en minimisant l'erreur quadratique,

$$\varepsilon = E[\hat{v}^T \hat{v}] \quad (3.11)$$

le résultat classique est :

$$\varepsilon = \sum_{k=K+1}^L \lambda_k \quad (3.12)$$

Cette approche correspond également aux méthodes sous-espace dont la technique de réduction de rang fait partie [Scharf 91]. Ceci nous permet de considérer l'approximation du sous-espace engendré par l'ensemble des vecteurs de M par le sous-espace de dimension inférieure engendré par K vecteurs propres de M . Ces K vecteurs sont associés aux K valeurs propres les plus grandes $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_K)$.

3.4.2 Application de la TKL sur les 64 signaux des deux populations :

Nous associons à chaque électrode de la grille un ensemble de vecteurs déterminés par la technique ACP. Ces vecteurs permettent de classer un sujet quelconque en projetant le signal respectif sur cette base. Le coefficient de projection fournit donc un indice associé à cette électrode et à ce sujet. Nous présentons dans la figure 3.6 l'ensemble des signaux des ondes T recueillis sur l'électrode numéro 4 de la grille, pour les sujets sains. La décomposition en vecteurs et valeurs propres de la matrice de covariance de ces signaux, nous permet de classer les valeurs propres dans un ordre décroissant (figure 3.7).

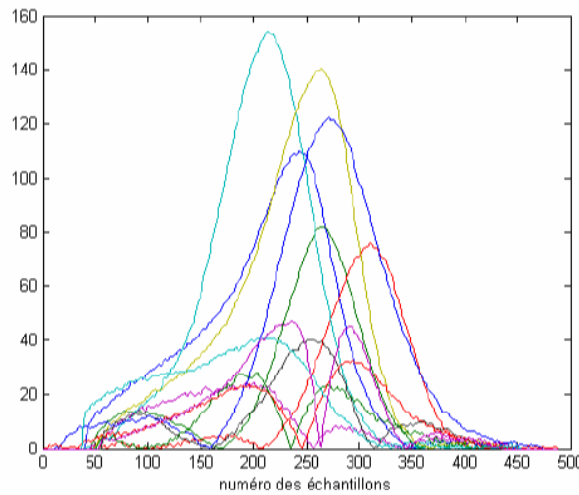


Fig.3.6 : Les différentes ondes des différents sujets

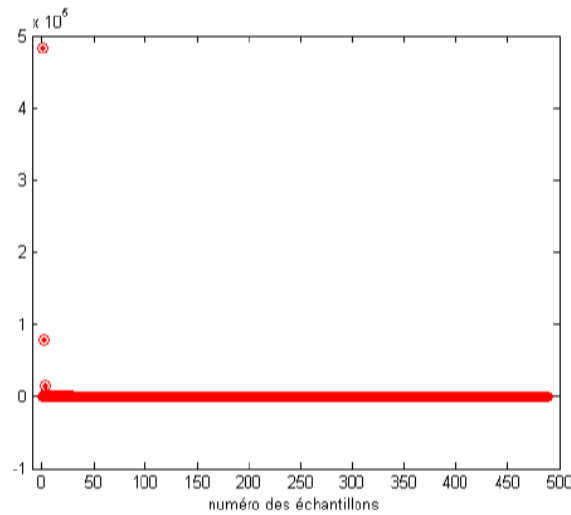


Fig. 3.7 : les valeurs propres de la matrice de covariance

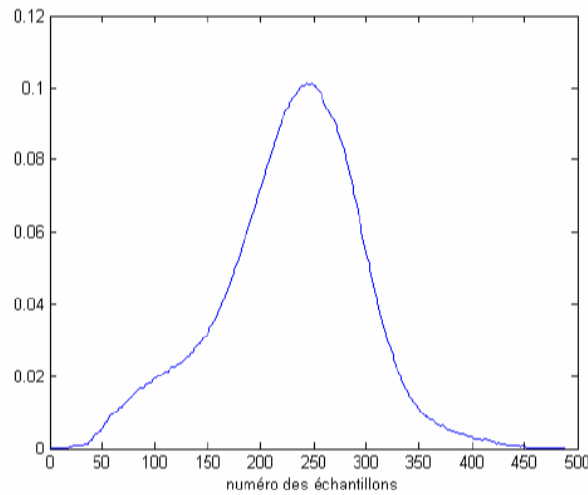


Fig. 3.8 : le vecteur propre associé à la première plus grande valeur propre

Nous pouvons remarquer que seules 3 valeurs propres se distinguent de l'ensemble. Ceci permettra de sélectionner un nombre réduit de vecteur de base. Il s'avère que s'intéresser à plus d'un coefficient de projection caractérisant le signal étudié implique une classification délicate à dimension multiple. Nous illustrerons donc les résultats obtenus par l'approche la TKL en ne conservant uniquement qu'un seul vecteur propre ; c'est-à-dire, en ne considérant qu'une seule valeur propre significativement supérieure aux autres. Après avoir calculé les coefficients de projection pour chaque sujet pathologique et sain et pour chaque électrode, nous avons présenté les moyennes de ces coefficients sur chacune des deux populations. Nous présentons respectivement dans les figures 3.9, 3.10 et 3.11 les moyennes pour chaque électrode, respectivement pour les ondes T, les complexes QRS et les ondes P. D'après les pathologies associées aux sujets malades, ces résultats ne sont pas surprenants. En effet, l'infarctus du myocarde endommage les ventricules ce qui se traduit par une déformation des ondes T. La séparation des deux populations est plus visible pour certaines électrodes que pour

d'autres. D'après la figure 3.9, et dans la zone comprenant les électrodes 18 et 45, la séparation des deux populations est très remarquable.

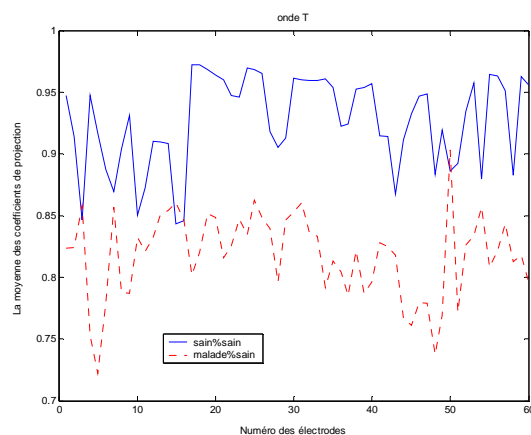


Fig.3.9 : Les coefficients de projection moyennés par électrode pour l'onde T

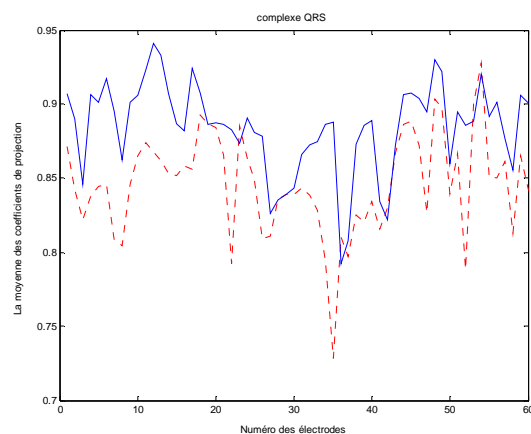


Fig. 3.10 : Les coefficients de projection moyennés par électrode pour le complexe QRS

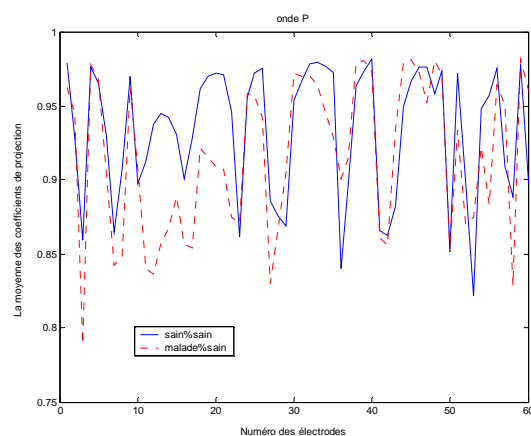


Fig. 3.11 Les coefficients de projection moyennés par électrode pour l'onde P

Il faut noter que les vecteurs de base sur lesquels sont projetés les signaux sont obtenus à partir de l'ensemble des sujets sains, à travers le calcul de la matrice de covariance. On peut donc s'attendre à trouver un coefficient de projection plus grand pour les sujets sains et plus petit pour les sujets malades puisque le jeu de sujets test (les sains) a servi à l'apprentissage. Cette critique peut être nuancée en observant la non séparation des deux populations pour les ondes P et QRS. Le jeu réduit d'enregistrements ne nous a pas permis de distinguer le jeu de signaux pour l'apprentissage de celui servant au test.

3.4.3 Référence propre à chaque sujet

L'onde T a été particulièrement étudiée ces dernières années [Adam 1984], [Masahiko 2003], [Osman 2002] afin d'identifier précisément sa morphologie. Plusieurs caractéristiques ont été proposées (Ondes T amples, positives, pointues, à base étroite et symétrique) [Acar 1999]. Tous ces critères, qui peuvent témoigner de certaines anomalies, présentent une très grande variabilité. Ceci peut s'expliquer par la difficulté à associer à une forme spécifique de l'onde T la pathologie correspondante. Par exemple, il a été prouvé [Di Bernardo 2002] que l'aspect symétrique de l'onde T ainsi que son amplitude sont deux caractéristiques qui dépendent du rythme cardiaque et de la durée de la repolarisation. Ainsi, ces deux quantités peuvent être associées à la dispersion de la repolarisation. En utilisant des ondes T simulées à l'aide d'un modèle informatique recréant la repolarisation du ventricule gauche, il a été prouvé que l'onde T devenait plus symétrique, d'amplitude plus élevée. Cependant, la symétrie a été définie à l'aide des deux rapports déduits du triangle de la figure 3.12.b, qui correspond à une approximation de l'onde T (figure 3.12.a):

Le rapport de symétrie

$$\text{le rapport des surfaces : } R_{\text{surface}} = \frac{\text{surface 1}}{\text{surface 2}}$$

$$\text{Le rapport des temps : } R_{\text{temps}} = \frac{(b-x)}{(x-a)}$$

Un critère impliquant la symétrie a été défini par l'équipe de Varsovie. Ce critère rassemble les deux rapports R_{surface} et R_{temps} pour en définir un seul. C'est l'indice « T-wave Shape Index » (TSI)..

L'indice TSI

L'indice TSI dépend de la forme de l'onde T. Il s'agit du rapport de l'intégrale de l'onde sur sa longueur L, donnée par les deux cotés du triangle de la figure 3.12.b.

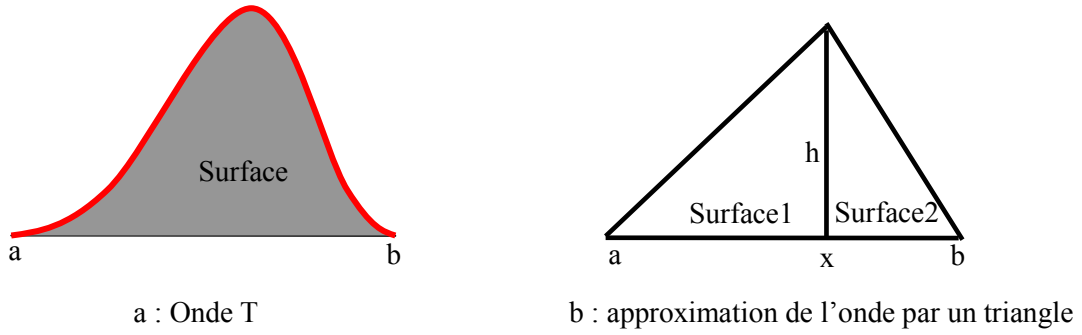


Fig. 3.12 Modèle d'une onde T

Nous définissons l'indice TSI par l'expression suivante

$$TSI(x, h) = \frac{T \times \frac{h}{2}}{\sqrt{(x-a)^2 + h^2} + \sqrt{(b-a)^2 + h^2}} \quad (3.13)$$

avec : $T = b - a$, $x \in [a, b]$

L'indice TSI a été utilisé par l'équipe de Varsovie [Fereneic] pour faire de la cartographie sur la même base de données que celle utilisée dans nos calculs. On représente par une couleur, la valeur de TSI en fonction des coordonnées spatiales de l'électrode. Nous représentons dans la figure suivante le niveau de couleur utilisé pour la cartographie de chaque sujet.

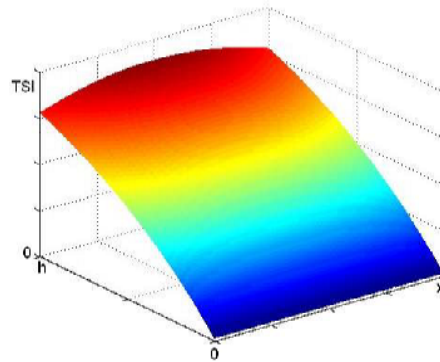


Fig.3.13 : niveau de couleur

On représente dans la figure 3.14. a et 3.14. b, la cartographie de l'indice TSI pour un sujet sain et un sujet pathologique. Nous observons que dans certaines zones du thorax, il existe une différence entre les valeurs du TSI des deux sujets.

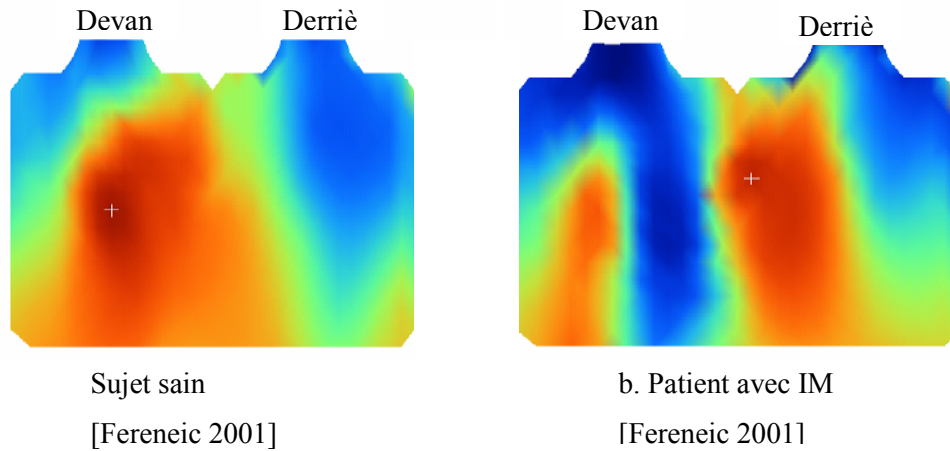


Fig. 3.14 : Cartographie de l'indice TSI pour un sujet sain et un patient

3.5 La dispersion de forme

La notion de forme est couramment définie par une approche géométrique : un cercle est défini par son centre et son rayon. Dans le cas d'un signal dont la forme ne se réduit pas à un motif géométrique simple, par exemple l'onde T, nous pouvons utiliser les paramètres $R_{surface}$, R_{temps} et TSI. Ces paramètres se basent sur une approximation de l'onde T par une forme ou un motif géométrique basique. D'autre part, dans [Hubley-kozay 1995], l'intégrale du complexe QRS, a été proposée pour caractériser la forme. Cependant, tous ces paramètres dépendent de la forme mais ils ne la caractérisent pas fidèlement. Nous rappelons que la forme d'un signal n'est pas une caractéristique intrinsèque à celui-ci, nous ne pouvons pas mesurer cette forme. Seule une différence de forme pourra être recherchée. Attacher à chaque électrode un indice de forme qui dépend des électrodes voisines se diffère des autres indices qui dépendent uniquement de l'information contenue dans une seule électrode. Pour chaque sujet, pris individuellement et pour chaque type d'onde nous mesurons la dispersion de forme des ondes de l'ECG, dans une même colonne ou d'une colonne à l'autre. Le but est de tester si la dispersion des formes varie significativement entre un sujet sain et un sujet pathologique. La dispersion est tout naturellement calculée par rapport à une onde de référence. La différence de forme sera calculée par la méthode des fonctions de répartition. De plus une position moyenne peut être attribuée à cette référence compte tenu des écarts de formes aux ondes d'une même colonne. Ceci nous conduit à tracer ce que l'on appelle le « chemin moyen ».

3.5.1 La Méthode des Fonctions de Répartitions (MFR) :

On rappelle ici la Méthode des Fonctions de répartitions (MFR). La différence de forme entre deux signaux, tels que deux ondes P, deux complexes QRS ou deux ondes T, est calculée en utilisant la

méthode MFR [Rix 1980]. Elle a été initialement conçue pour comparer des signaux positifs sur leurs intervalles d'observation. Il a donc fallu transformer les signaux afin de les rendre positifs. Après avoir retiré une ligne de base joignant le premier et le dernier point, nous nous intéresserons à la valeur absolue du signal. Pour comparer deux signaux $s(t)$ et $v(t)$, nous définissons les intégrales normalisées $S(t)$ et $V(t)$ qui varient de zéro à un par :

$$S(t) = \frac{\left(\int_a^{a+T} s(u) du \right)}{\left(\int_0^T s(u) du \right)} \quad (3.14)$$

$$V(t) = \frac{\left(\int_a^{a'+T'} v(u) du \right)}{\left(\int_0^{T'} v(u) du \right)} \quad (3.15)$$

La relation de forme entre les deux signaux est caractérisée par :

$$S(t) = V(\varphi(t)) \quad (3.16)$$

La fonction φ contient alors toute l'information sur la différence de forme. Dans le cas de l'égalité de la forme entre les deux signaux s et v , φ est représentés par une droite. Pour mesurer la différence de forme entre deux signaux $s(t)$ et $v(t)$, on calcule à partir des fonctions échantillonnées S et V une série de couple (t_i, t'_i) définie par $S(t_i) = V(t'_i)$. La variation de t'_i en fonction de t_i est une discrétisation de la fonction $\varphi(t)$ et l'écart de forme entre $s(t)$ et $v(t)$ est mesuré par l'écart à la linéarité de la courbe $t' = \varphi(t)$ donné par :

$$D_1(s, v) = EQM(\varphi, \Delta) \quad (3.17)$$

où EQM signifie Ecart Quadratique Moyen et Δ la droite des moindres carrés. Dans ce chapitre pour rendre cet écart symétrique par rapport aux signaux on prendra :

$$D(s, v) = \frac{1}{2} (D_1(s, v) + D_1(v, s)) \quad (3.18)$$

On a donc un écart symétrique qui vérifie la relation : $D(s, v) = 0 \Leftrightarrow s$ et v sont de même forme.

On ne peut pas parler de distance au sens strict car l'inégalité triangulaire n'est pas vérifiée.

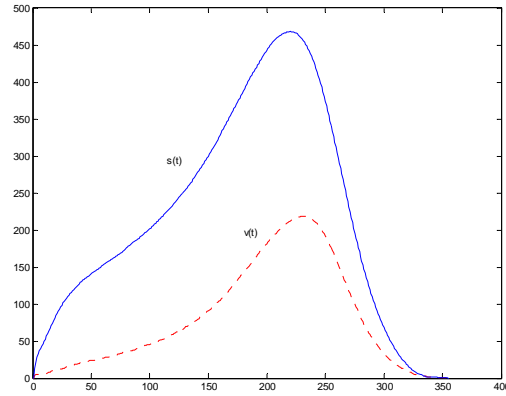


Fig. 3.15 : Deux ondes T réelles $s(t)$ et $v(t)$

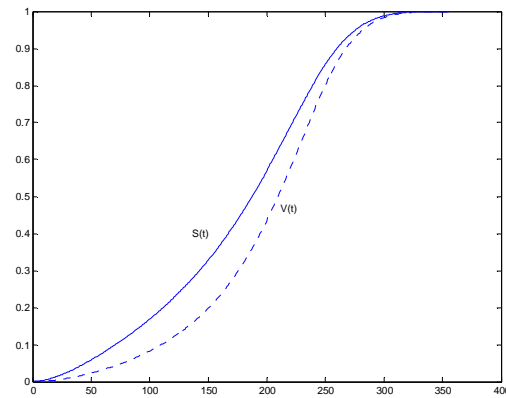


Fig. 3.16 : Les fonctions de réparation $S(t)$ et $V(t)$

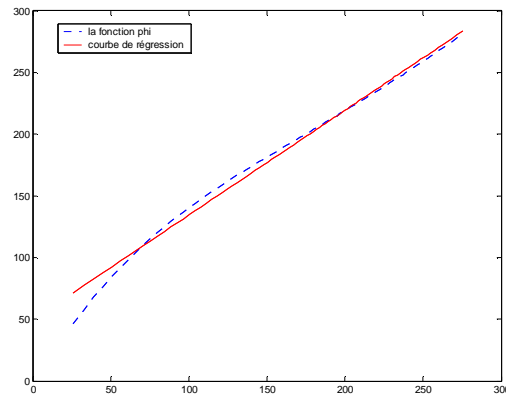


Fig. 3.17 : La fonction $\varphi(t)$ et la courbe de régression Δ

Pour associer à chaque électrode un indice, reflétant la dispersion spatiale de forme, il est nécessaire de calculer des différences de forme entre chaque signal associé à une électrode et un signal de référence. Nous proposons deux choix possibles de cette référence. Le premier est un signal réel, choisi de façon optimale, en minimisant en moyenne la différence de forme par rapport aux autres signaux de la même colonne. Le second est un signal synthétique obtenu en utilisant une méthode récente de moyennage des formes. Nous cherchons un signal de référence qui peut être considéré comme signal de forme moyenne. Le moyennage synchrone est utilisé classiquement dans les applications biomédicales pour estimer un signal répétitif. Par exemple, la moyenne des battements est utilisée pour extraire le signal utile associé à une électrode. Nous notons que cette moyenne classique n'est pas appropriée à notre problème d'analyse de forme. En effet dans le cas des signaux translatés, comprimés et de même forme, le résultat du moyennage classique ne respecte pas le principe d'identité de forme(3.16). Nous remplacerons donc ce moyennage par une nouvelle technique appelée « Integral Shape Averaging » (ISA), définie ci-dessous.

3.5.2 La Moyenne de forme ISA

Dans la thèse [Wrya 2001], ainsi que dans [Rix 2004], la notion de forme a été abordée ainsi que l'influence sur la sommation synchrone d'un jitter résiduel combiné à des fluctuations d'échelle. Il a été démontré que l'effet de la moyenne sur des signaux présentant des décalages et des fluctuations d'échelle aléatoires, s'interprète comme étant la succession de deux filtres non commutatifs : un filtre linéaire invariant par translation suivi d'un filtre linéaire invariant par changement d'échelle. Ceci donne naissance à un signal moyen différent au sens de la forme. Ce problème a été déjà abordé dans [Wang 1997] et [Wang 1999] en utilisant l'algorithme du 'Dynamic Time Warping'. L'avantage majeur de la nouvelle méthode d'estimation d'une forme qu'est ISA, est, dans les cas signaux même forme (à une translation et un facteur d'échelle temporels près), de fournir un signal moyen qui a la même forme contrairement au processus classique de sommation synchrone.

L'idée principale de la méthode a été présentée dans [Rix 2004] et complétée dans [Boudaoud 2005]. Pour N signaux strictement positifs $x_i(t)$, nous notons $X_i(t)$, les fonctions des intégrales normalisées, qui représentent des fonctions strictement croissantes de zéro à un. Pour chaque y , ($0 < y < 1$), il existe un unique t_i tel que :

$$X_i(t_i) = y \quad (3.19)$$

Le principe de cette méthode est d'associer à toute valeur de y la moyenne \bar{t} :

$$\bar{t} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i \quad (3.20)$$

Nous définissons ensuite la fonction moyenne des intégrales normalisées \tilde{X} :

$$\tilde{X}(\bar{t}) = y \quad (3.21)$$

pour déduire la moyenne ISA par :

$$\tilde{x}(t) = \frac{d\tilde{X}(t)}{dt} \quad (3.22)$$

Nous pouvons considérer que la forme du signal $\tilde{x}(t)$, est la moyenne des formes des signaux $x_i(t)$.

En effet dans le cas où les signaux ont la même forme, dérivant d'un signal $s(t)$ de l'expression :

$$x_i(t) = k_i s(\alpha_i t - d_i) \quad (3.23)$$

nous montrons que \tilde{x} est de même forme que $s(t)$, ce qui n'était pas le cas avec la moyenne classique [Wrya 2001].

Les intégrales normalisées respectives $X_i(t)$ et $S(t)$ de $x_i(t)$ et $s(t)$, sont reliées par les deux relations suivantes :

$$X_i = S \circ \varphi_i \quad (3.24)$$

$$S = X_i \circ \psi_i \quad (3.25)$$

avec :

$$\psi_i = \varphi_i^{-1} \quad (3.26)$$

Pour chaque y , ($0 < y < 1$), on peut écrire :

$$y = S(t) = X_i(t_i) \text{ avec } t_i = \psi_i(t) \quad (3.27)$$

Pour trouver ISA pour $i=1:N$, on moyenne les $\psi_i(t)$ tel que :

$$\psi_i(t) = \frac{t + d_i}{\alpha_i} \quad (3.28)$$

$$\bar{\psi}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \psi_i(t) = \bar{t}(y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i \quad (3.29)$$

En utilisant (3.29) et (3.28), on obtient :

$$\bar{t} = \gamma t + \beta \quad (3.30)$$

en remplaçant t dans (3.27) par $S^{-1}(y)$, \bar{t} devient :

$$\bar{t} = \gamma S^{-1}(y) + \beta \quad (3.31)$$

Ce qui donne :

$$y = S\left(\frac{\bar{t} - \beta}{\gamma}\right) = S(\theta \bar{t} - \xi) = S(\bar{\varphi}) = X(\bar{t}) \quad (3.32)$$

$X(\bar{t})$ est l'intégrale normalisé du signal déduit de $s(t)$ par la fonction affine $\bar{\varphi}$ dont ses paramètres sont donnés par θ et ξ et peuvent être approximables par:

$$\theta = \frac{\beta}{\gamma} \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i \text{ et } \xi = \frac{1}{\gamma} \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \alpha_i \quad (3.33)$$

Nous illustrons les performances de la méthode ISA d'abord sur 10 signaux simulés représentés dans la figure 3.18. Les résultats donnés par ISA et par la moyenne classique sont représentés dans la figure 3.19. Nous représentons dans la figure 3.20, les résultats sur les mêmes signaux auxquels est ajouté du bruit à 8 dB. Nous observons bien que même dans le cas bruité la méthode ISA conserve la forme des signaux, ce qui n'est pas le cas pour la moyenne classique. L'intérêt de l'obtention du moyennage ISA est de fournir un signal de forme moyenne invariante par translation et changement d'échelle, qui servira pour le calcul de dispersion de forme des ondes de l'ECG.

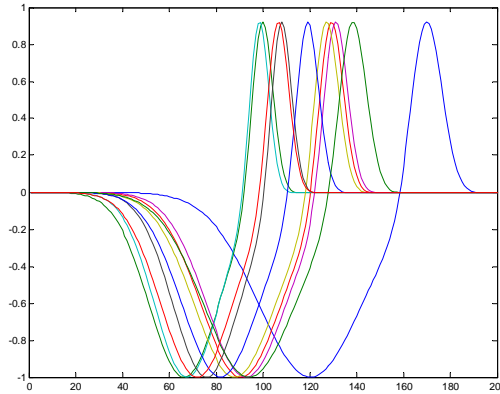


Fig. 3.18 : 10 signaux retardés et dilatés

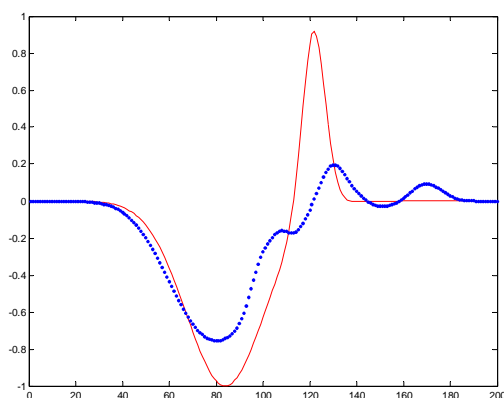


Fig. 3.19 : Le signal ISA (ligne continu) et la moyenne classique (pointillé)

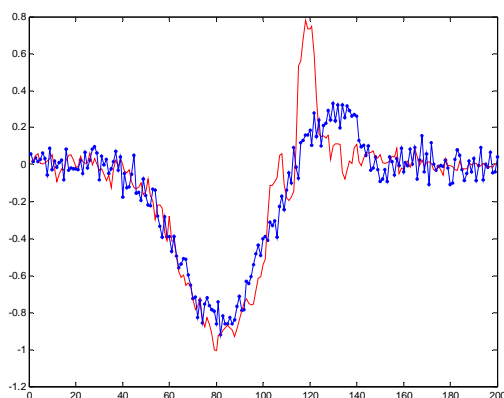


Fig. 3.20 : Le signal ISA courbe en ligne continu et la moyenne classique pointillé (RSB=8dB)

Pour chaque sujet et pour chaque type d'ondes (P, QRS, et T), nous mesurons la dispersion de forme d'onde dans la même colonne (intra dispersion de colonne) et d'une colonne à l'autre (inter dispersion de colonne). Le but est d'examiner si ces dispersions changent de manière significative entre les sujets en bonne santé et les patients.

3.5.3 Notion de dispersion de forme et analyse de l'électrocardiographie thoracique - Etude intra colonne

En utilisant un signal de référence réel :

Pour chaque électrode i , pour chaque sujet p et pour chaque colonne c , on appelle $D_{p,c}(e, j_{p,c})$, la différence de forme entre l'onde de l'électrode e et le signal référence choisi, qui est associé à l'électrode d'indice $J_{p,c}$, trouvé par :

$$J_{p,c} = \arg \left\{ \min_e \frac{1}{Ec-1} \sum_{k=1 \neq e}^{Ec} D_{p,c}(e, k) \right\} \quad (3.34)$$

En toute rigueur l'indice de colonne c dépend de l'électrode e . Pour ne pas alourdir la notation on écrira c au lieu de $c(e)$.

Ec est le nombre des électrodes par colonne.

Pour chaque sujet on définit un paramètre qui caractérise la variabilité de forme sur chaque colonne. on le définit par :

$$Lmean(p, c) = \left(\frac{1}{Ec-1} \sum_{i=1}^{Ec} D_{p,c}(e, J_{p,c}) \right) \quad (3.35)$$

En utilisant la référence ISA:

On appelle $Disa_{p,c}(e)$, la différence de forme entre la référence ISA ($ISA_{p,c}$) et l'onde de l'électrode

i. Dans ce cas, le paramètre qui caractérise la variabilité de forme sur chaque colonne est défini par :

$$Lmeanisa(p, c) = \frac{1}{Ec} \sum_{e=1}^{Ec} Disa_{p,c}(e) \quad (3.36)$$

Afin de comparer les résultats issus des deux populations, on moyenne les deux paramètres (3.35) et (3.36) sur le nombre de sujets associé à chaque population. On définit alors les paramètres suivants :

$$LMEAN(c) = \frac{1}{E_p} \sum_{p=1}^{E_p} Lmean(p, c) \quad (3.37)$$

$$LMEANisa(c) = \frac{1}{E_p} \sum_{p=1}^{E_p} Lmeanisa(p, c) \quad (3.38)$$

Les paramètres $LMEAN(c)$ et $LMEANisa(c)$, définies par les expressions (3.37) et (3.38), caractérisent la dispersion de forme de chaque population sur chaque colonne. Les résultats de ces calculs sont représentés respectivement pour les ondes P, les complexes QRS et les ondes T, en

précisant leurs intervalles de confiance. Dans les figures 3.21, 3.22 et 3.23, nous représentons $LMEAN(c)$ respectivement pour les ondes P, QRS et T. Nous observons une séparation des deux populations uniquement pour les ondes T, contrairement aux ondes P et QRS. Le même constat peut être établi en utilisant la référence ISA (figures 3.24, 3.25 et 3.26). Dans les deux cas la dispersion des formes des ondes T a pu séparés les deux populations, cette séparation est plus visible sur certains colonnes que sur d'autres. Plus précisément, les colonnes comprises entre 4 et 7 présentent la séparation la plus élevée. Ce résultat est cohérent avec les résultats obtenus d'une part, en utilisant la référence globale et les coefficients de projection et d'autre part les résultats trouvés à l'aide de l'indice TSI. Ce dernier a mis en évidence des zones spatiales distinguant les deux populations [Fereniec 2001] , de façon cohérente avec les résultats que nous venons de montrer. Il faut rappeler que ces deux études reposent sur la même base de données.

Le deuxième volet de notre méthodologie consiste à analyser la distribution de forme d'une colonne à une autre, en utilisant une référence spécifique par colonne.

3.5.4 Notion de dispersion de forme et analyse de l'électrocardiographie thoracique - Etude inter colonne

Contrairement à l'étude intra colonne la dispersion de forme n'est pas analysée au sein d'une même colonne, et ceci pour chaque colonne, mais entre tous les couples de colonnes. Chaque colonne étant constituée de plusieurs électrodes il faudra donc caractériser chaque colonne à l'aide d'un seul signal. Ce signal sera, soit réel et sélectionné à partir d'un critère de similitude de forme, soit un signal synthétique obtenu à l'aide du moyennage ISA présenté dans (3.4.2).

En utilisant un signal de référence réel :

On appelle $\Delta_p(J_{p,ci}, J_{p,cj})$ la différence entre la référence d'une colonne c_i et celle de la colonne c_j , avec $J_{p,c}$ défini dans (3.34).

On définit la variabilité d'un sujet, d'une colonne c_i par rapport aux autres, telle que :

$$Cmean(c_i, p) = \frac{1}{Ec} \sum_{\substack{c_j=1 \\ c_j \neq c_i}}^{Ec} \Delta_p(J_{p,ci}, J_{p,cj}) \quad (3.39)$$

On cherche parmi toutes les colonnes celle qui minimise en moyenne la différence de forme par rapport à tous les sujets d'une population. L'indice de cette colonne sélectionnée est donné par

$$Cr = \arg \min_c \left(\frac{1}{Ep} \sum_{p,1}^{Ep} Cmean(c, p) \right) \quad (3.40)$$

Toutes les colonnes c_i seront comparées par rapport à cette colonne ce qui fournira les dispersions :

$$\Delta_p(J_{p,ci}, J_{p,cr}) \quad (3.41)$$

En utilisant la référence ISA :

On appelle $\Delta isa_p(ISA_{p,ci}, ISA_{p,cj})$, la différence entre la moyenne ISA de la colonne c_i et celle de la colonne c_j . On définit la variabilité d'un sujet, dans une colonne c_i par rapport aux autres, telle que :

$$Cmeanisa(ci, p) = \frac{1}{Ec} \sum_{\substack{cj=1 \\ cj \neq ci}}^{Ec} \Delta isa_p(ISA_{p,ci}, ISA_{p,cj}) \quad (3.42)$$

On cherche la colonne référence qui minimise la différence de forme par rapport à toutes les autres et par rapport à toutes les sujets d'une population. C'est la solution de :

$$Cisa = \arg \min_c \left(\frac{1}{Ep} \sum_{p,1}^{Ep} Cmeanisa(c, p) \right) \quad (3.43)$$

Chaque colonne est comparée à cette colonne référence $Cisa$, (3.42) on l'appelle :

$$Cmeanisa(c, p) = \Delta isa_p(ISA_{p,c}, ISA_{p,Cisa}) \quad (3.44)$$

En répétant ces calculs pour chacune des ondes P, QRS et T, on obtient pour les deux ondes de référence (ISA et onde réelle) des Cr et $Cisa$ identiques :

	Cr	Cisa
P	6	6
QRS	8	8
T	5	5

Tab.1 : Colonnes référence pour les différentes ondes P, QRS et T

Pour comparer les deux populations, nous établissons la moyenne sur les N sujets, des $Cmean(p, c)$ et $Cmeanisa(p, c)$:

$$CMEAN(c) = \frac{1}{N} \sum_{p,1}^N Cmean(p, c) \quad (3.45)$$

$$CMEANisa(c) = \frac{1}{N} \sum_{p,1}^N Cmeanisa(p, c) \quad (3.46)$$

Des résultats semblables à ceux trouvés par l'étude intra colonne ont été trouvés. Nous affichons les résultats de $CMEAN(c)$ et $CMEANisa(c)$ dans les figures 3.27, 3.28 et 3.29, respectivement pour les ondes P, les complexes QRS et les ondes T. D'après la figure 3.29, nous remarquons que la séparation des deux populations est meilleure en intra colonne que celle en inter colonne. Toutefois, comme dans le cas de l'intra colonne, nous observons qu'en moyenne la dispersion des formes est plus grande pour la population des malades. Ceci pourrait être dû à la pathologie étudiée, qui influence principalement la morphologie de l'onde T.

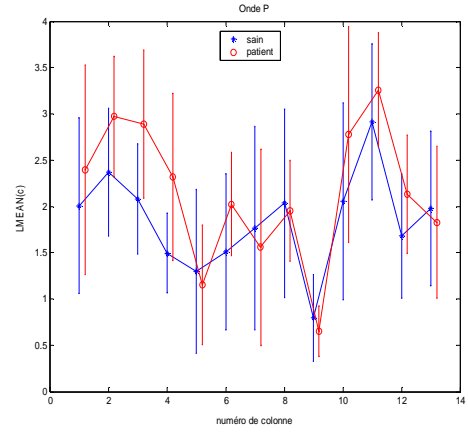
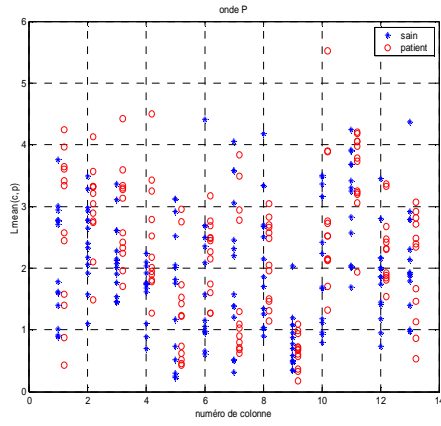


Fig. 3.21 : Lmean (p, c), LMEAN(c) pour les ondes P.

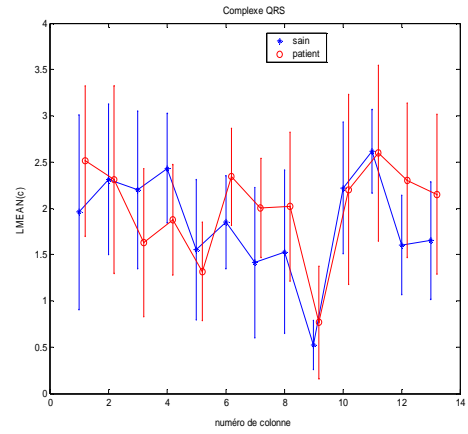
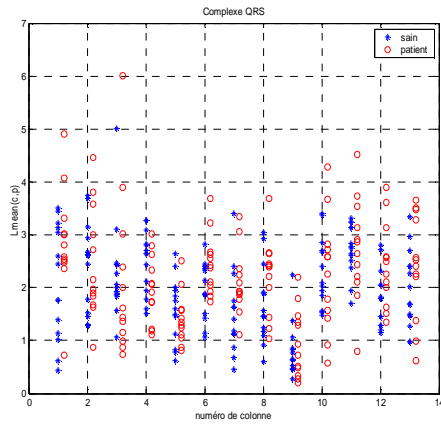


Fig. 3.22 Lmean (p, c), LMEAN(c) pour les ondes QRS.

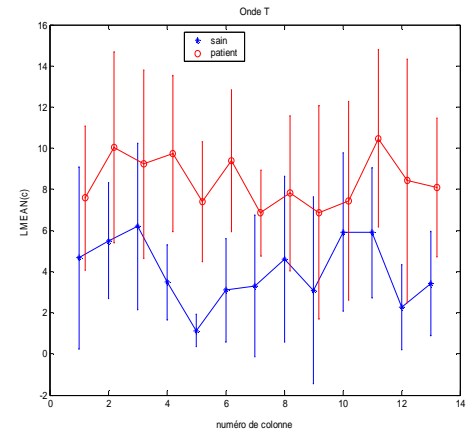
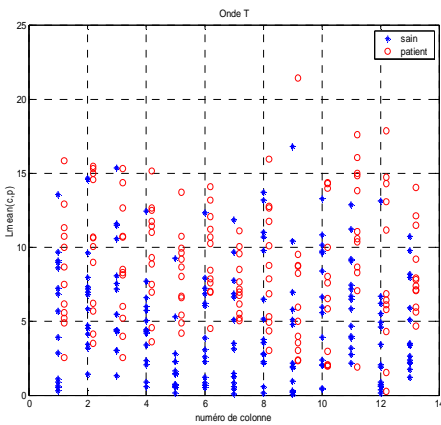


Fig. 3.23 Lmean (p, c), LMEAN(c) pour les ondes T

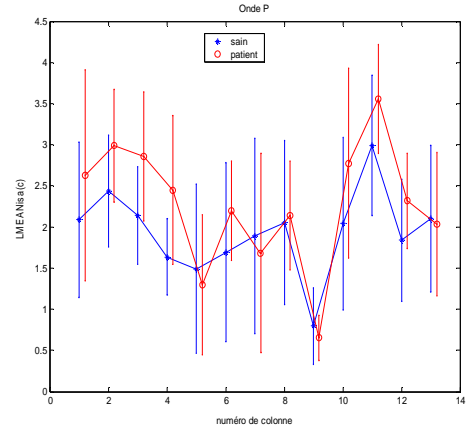
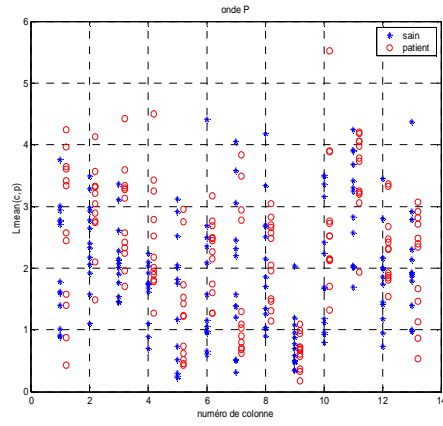


Fig. 3.24 : Lmeanisa (p, c), LMEANisa(c) pour les ondes P

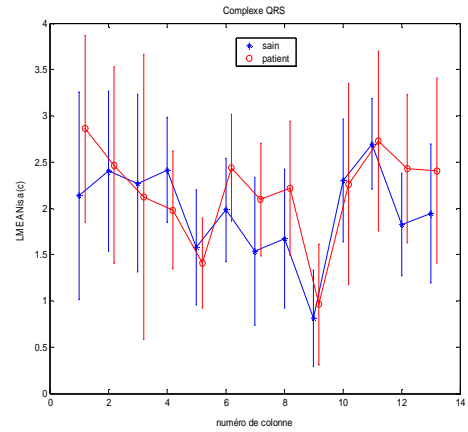
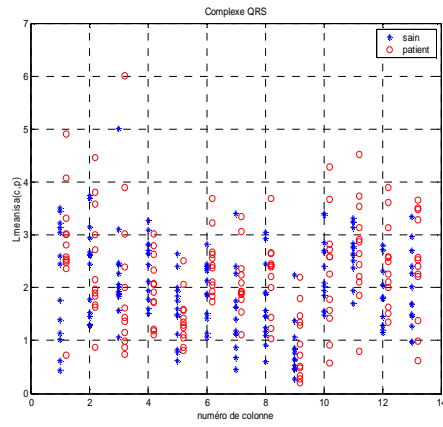


Fig. 3.25 : Lmeanisa (p, c), LMEANisa(c) pour les complexes QRS

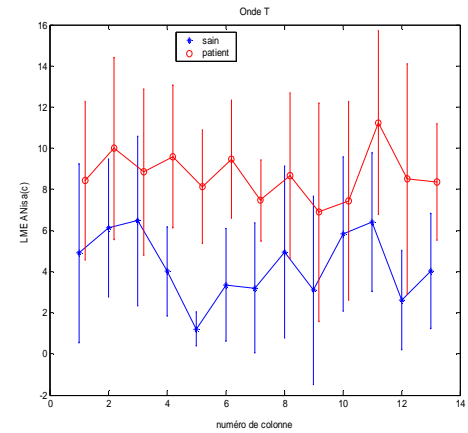
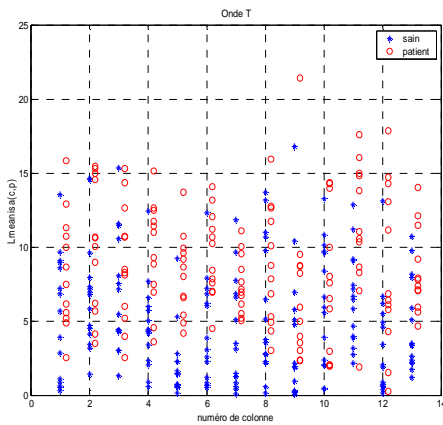


Fig. 3.26 : Lmeanisa (p, c), LMEANisa(c) pour les ondes T

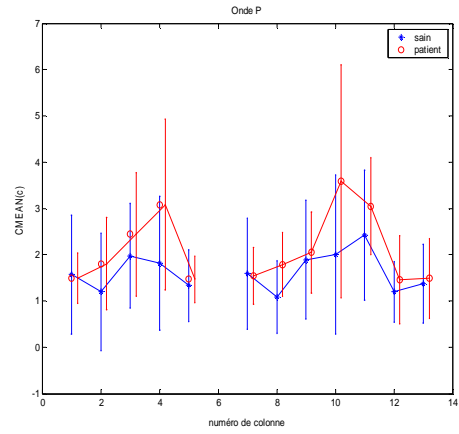
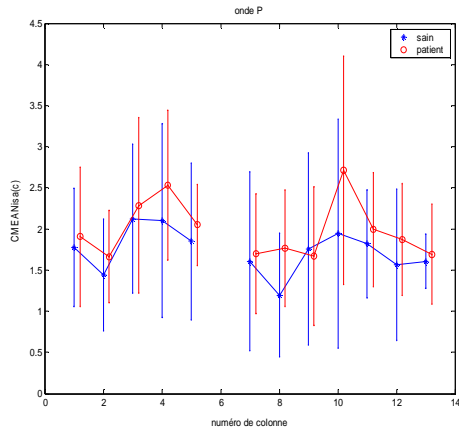


Fig. 3.27 : CMEANisa, CMEAN pour les ondes P

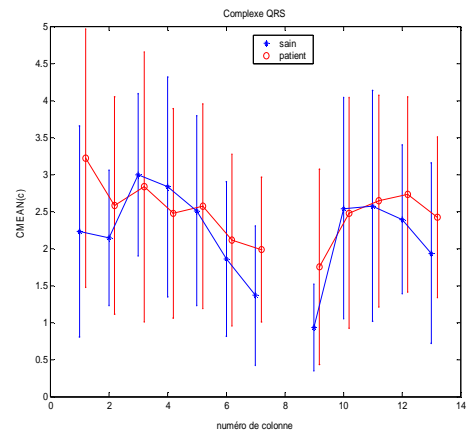
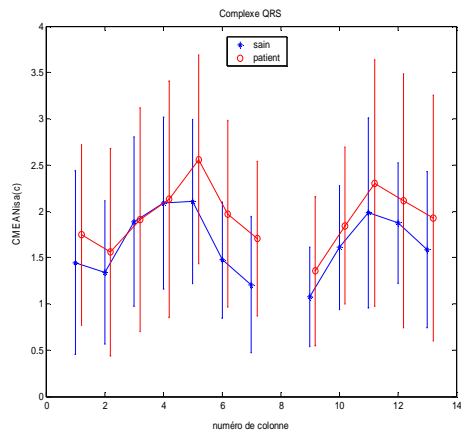


Fig. 3.28 : CMEANisa, CMEAN pour les complexes QRS

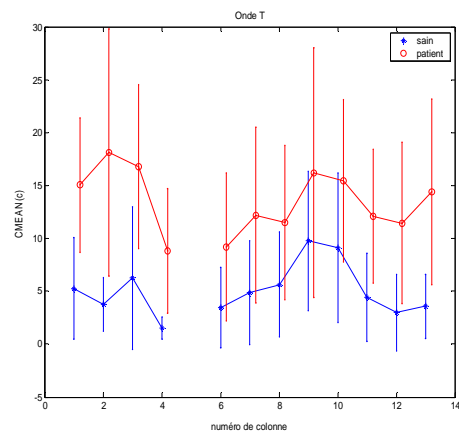
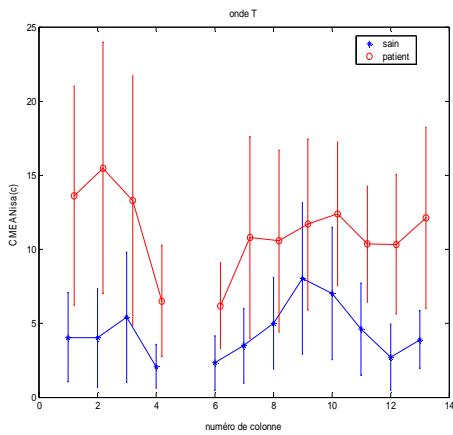


Fig. 3.29 : CMEANisa, CMEAN pour les ondes T

De la dispersion intra colonne de l'onde T représentée sur la figure 3.22 et la figure 3.25 respectivement par rapport au référence réelle et la référence ISA, nous remarquons que la meilleure séparation est obtenue en colonne numéro 5. Pour la dispersion inter colonne, la colonne numéro 4 présente la meilleure séparation. Par conséquent, la sensibilité et la spécificité de la séparation des patients ayant l'infarctus de myocarde, ont été calculées à partir des résultats obtenus pour ces deux colonnes (5 et 4) respectivement pour LMEANisa (5), et de CMEANisa (4). Sur la figure 3.30 et la figure 3.31, les relations entre la spécificité et la sensibilité sont présentées. Leurs intersections sont obtenues respectivement pour les valeurs LMEANisa (5) et CMEANisa (4) affichées dans le tableau 2. Pour illustrer la classification, les résultats des deux groupes étudiés sont présentés sur la figure 3.32 où les coordonnées sont les deux paramètres Lmeanisa (p, 5) et Cmeanisa (p, 4); la séparation entre les deux groupes peut être améliorée à l'aide de la ligne de séparation de la figure 3.32. De cette manière on note une amélioration de cette séparation (sensitivité=100% et spécificité=93%), qui n'est cependant pas statistiquement significatives considérant le nombre limité de sujets étudiés.

$$\text{sensibilité} = \frac{\text{nombre de malade dont } Lmeanisa(5, p) > \lambda}{\text{nombre totale des sujets sains}}$$

$$\text{probabilité de fausse alarme} = \frac{\text{nombre de sujets sains dont } Lmeanisa(5, p) > \lambda}{\text{nombre totale des sujets sains}}$$

$$\text{Spécificité} = 1 - \text{probabilité de fausse alarme}$$

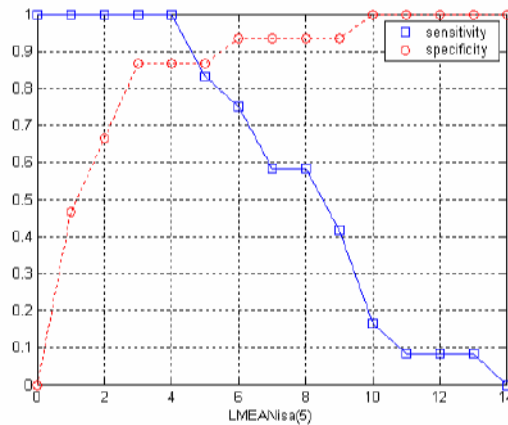


Fig. 3.30: Sensibilité et spécificité calculées pour le paramètre Lmeanisa (p,4)

$$\text{sensibilité} = \frac{\text{nombre de malade dont } C_{\text{meanisa}}(p,4) > \lambda}{\text{nombre totale des sujets sains}}$$

$$\text{probabilité de fausse alarme} = \frac{\text{nombre de sujets sains dont } C_{\text{meanisa}}(p,4) > \lambda}{\text{nombre totale des sujets sains}}$$

Spécificité=1 - probabilité de fausse alarme

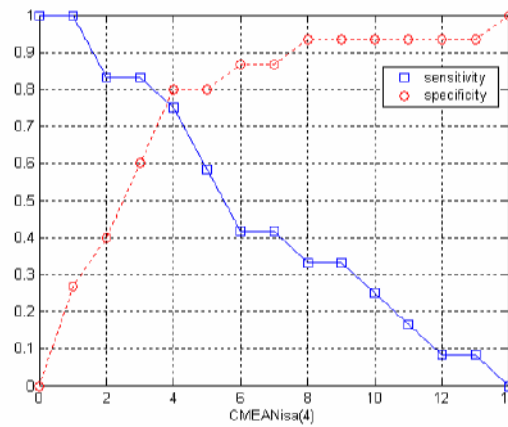


Fig. 3.31 : Sensitivité et spécificité calculées pour le paramètre Cmeanisa (p,4)

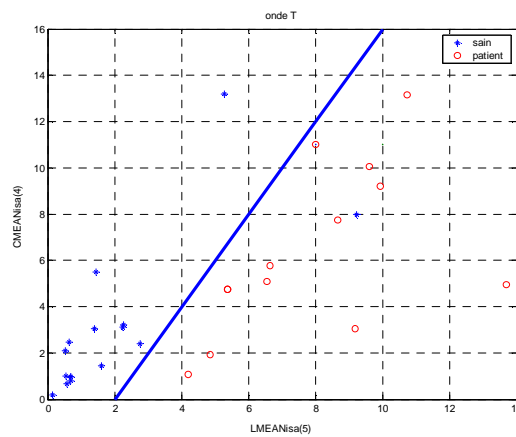


Fig. 3.32: Lmenisa (p,5), Cmeanisa (p,4)

	$\lambda = \text{LMEANisa}(5)=4$	$\lambda = \text{CMEANisa}(5)=4$
Sensibilité	100%	75%
Spécificité	86%	80%

Tab 2. Spécificité et sensibilité de la séparation des sujets sains des patients .

3.5.5 Application de la TKL à l'extraction d'information de la dispersion de forme

Comme présenté dans le paragraphe 3.4.1, un des avantages de la TKL est de pouvoir réduire un vecteur d'information X en un nombre de paramètre plus petit. Cette transformation est appliquée au vecteur formé des différences de forme : $D_{p,c}(e, J_{p,c})$ ou $Disa_{p,c}(e)$, définies au paragraphe 3.5.3.

Pour un sujet p , nous avons choisi $Disa_{p,c}(e)$ pour construire le vecteur X_p :

$$X_p = (Disa_{p,c}(1), Disa_{p,c}(2), \dots, Disa_{p,c}(E)) \quad (3.47)$$

où E représente le nombre total des électrodes sur la grille.

Nous associons à chacune des deux populations (saine et pathologique), une base de vecteurs déterminés par la technique de KL. Les matrices M_1 et M_2 de KL représentent respectivement le groupe des sujets sains et le groupe des patients. Elles sont données respectivement par les E vecteurs propres des deux matrices de covariance $C1$ et $C2$, qu'on approxime par la moyenne d'ensemble sur la totalité des sujets de chaque population.

$$C1 = E \left((X_p - \mu 1_p) (X_p - \mu 1_p)^T \right) = \frac{\sum_{p=1}^{Ep1} (X_p - \mu 1_p) (X_p - \mu 1_p)^T}{Ep1} \quad (3.48)$$

$$C2 = E \left((X_p - \mu 2_p) (X_p - \mu 2_p)^T \right) = \frac{\sum_{p=1}^{Ep2} (X_p - \mu 2_p) (X_p - \mu 2_p)^T}{Ep2} \quad (3.49)$$

$Ep1$ est le nombre total des sujets sains et $Ep2$ est le nombre total des patients.

où

$$\mu 1_p = \frac{1}{Ep1} \sum_{p=1}^{Ep1} X_p$$

et

$$\mu 2_p = \frac{1}{Ep2} \sum_{p=1}^{Ep2} X_p$$

Les deux sous espaces engendrés respectivement par les K vecteurs propres, associés aux K plus grandes valeurs propres des matrices de covariance $C1$ et $C2$, définissent respectivement les deux bases $B1$ et $B2$. Comme dans l'approche précédente vu au paragraphe 3.4.1, on observe que la plus grande valeur propre (unique) se distingue nettement des autres. Ces deux bases permettent de classer un sujet test en projetant son vecteur X_p respectif sur chacune des deux bases (constituée chacune du vecteur propre associé à la plus grande valeur propre). Le coefficient de projection fournit donc un indice associé à chaque sujet. En utilisant la dispersion de forme des onde T ($Disa_{p,c}(e)$), nous présentons respectivement dans les figures 3.33 et 3.34 les coefficients de projection respectivement des sujets sains et des patients sur les deux bases $B1$ et $B2$.

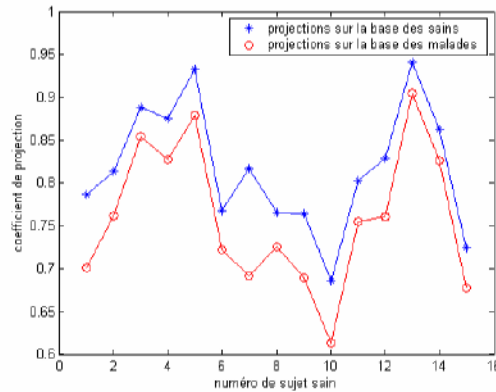


Fig. 3.33 : les coefficients de projection des sujets sains sur les deux bases $B1$ et $B2$ pour les ondes T

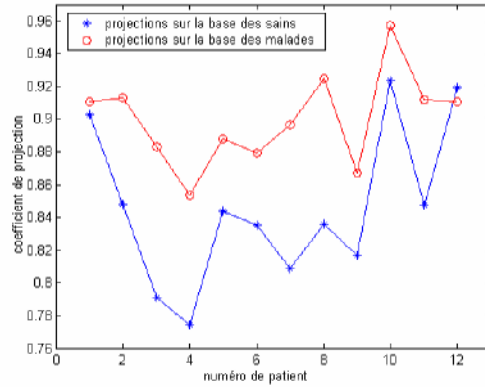


Fig. 3.34 : les coefficients de projection des patient sur les deux bases B1 et B2 pour les onde T

Nous observons d'après les deux figures 3.33 et 3.34 que le coefficient de projection d'un sujet sain est toujours plus élevé lorsque l'on projette sur la base obtenue à partir des sujets sains et inversement pour un sujet malade. Nous rappelons que les vecteurs de base sur lesquels sont projetés les vecteurs X_p sont obtenus à partir de l'ensemble des sujets tests eux-mêmes qui ont servi à l'apprentissage. Ce résultat est donc prévu. Cette remarque peut être nuancée, en observant les résultats des projections pour les ondes P, présentés dans les figures 3.35 et 3.36, respectivement pour les sujets sains et pour les patients. Les coefficients de projection ne nous ont pas permis de distinguer les sujets test de celui servant à l'apprentissage. Un résultat identique a été obtenu avec les complexes QRS.

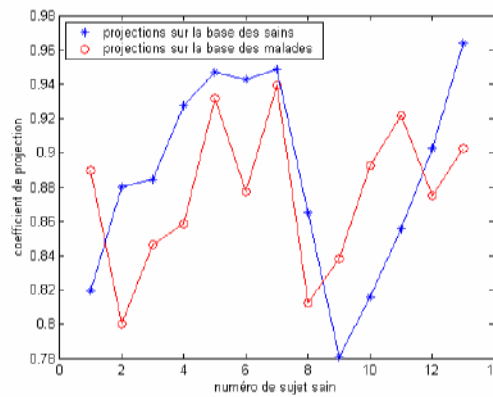


Fig. 3.35 : les coefficients de projection des sujets sains sur les deux bases B1 et B2 pour les onde P

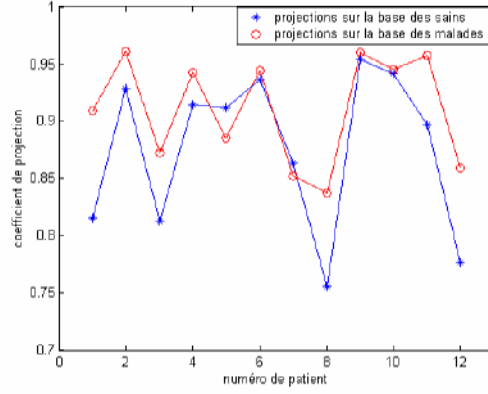


Fig. 3.36 : les coefficients de projection des patients sur les deux bases B1 et B2 pour les ondes P

Nous proposons d'associer à chaque sujet p (sain ou malade) un paramètre qui calcule la différence entre le coefficient de projection $\alpha_1(p)$ sur la base B_1 et le coefficient $\alpha_2(p)$ obtenu en projetant sur la base B_2 , défini par :

$$d(p) = \alpha_1(p) - \alpha_2(p) \quad (3.50)$$

Nous présentons dans les figures 3.37 et 3.38 les valeurs $d(p)$ pour tous les sujets (sains et pathologiques) respectivement pour les ondes T et les ondes P. Dans le cas des ondes T (figure 3.37), une séparation sur la valeur de $d(p)$, est bien observée entre les deux populations. Dans le cas des ondes P (figure 3.38) les deux populations restent mélangées. Nous pouvons conclure que ce résultat permet une meilleure séparation que celle obtenue dans la figure 3.32, en ne prenant en compte que les informations (Lmenisa (p,5), Cmeanisa (p,4)) dans les deux colonnes 4 et 5. Ceci nous montre que l'extraction de l'information à partir de la dispersion de forme à l'aide de la TKL permet une meilleure séparation.

Nous avons comparé ce résultat avec celui obtenu, en remplaçant les paramètres $Disa_{p,c}(e)$ dans le vecteur X_p défini dans (3.47) par les intégrales par rapport au temps des ondes associées à chaque électrode comme proposée dans [Hubley-kozey 1995]. Nous observons dans la figure 3.39 que la séparation des deux populations est moins bonne que celle trouvée en utilisant les différences de formes (figure 3.37). Ceci est dû au fait que notre approche de dispersion de forme, d'une part tient compte non seulement de l'information dans une électrode particulière mais aussi de celles voisines, et d'autre part extrait plus d'information dans la différence de forme.

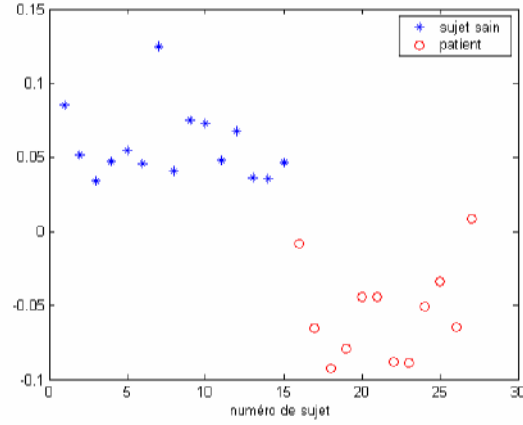


Fig. 3.37 : $d(p)$ pour les ondes T, en utilisant la différence de forme $Disa_{p,c}(e)$

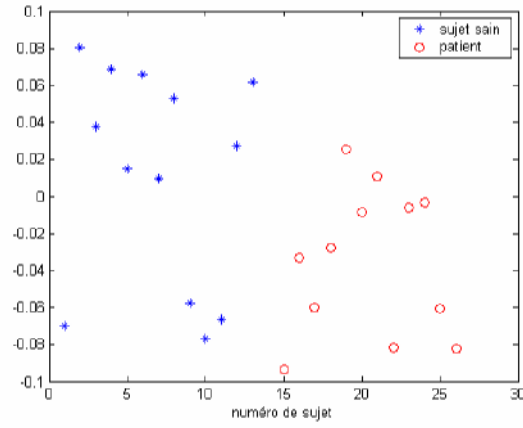


Fig. 3.38 : $d(p)$ pour les ondes P, en utilisant la différence de forme $Disa_{p,c}(e)$

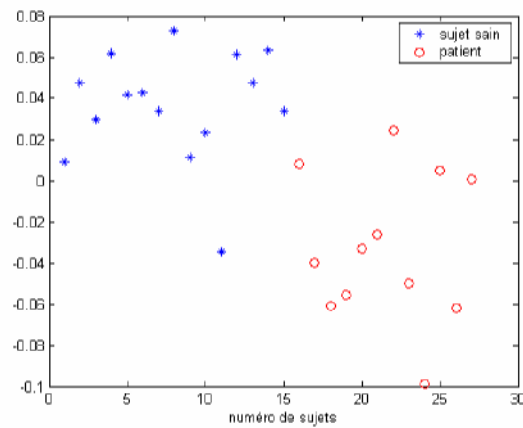


Fig. 3.39 : $d(p)$ pour les ondes T, en utilisant les intégrales par rapport au temps des ondes T

Nous représentons dans les figures suivantes les résultats du paramètre $d(p)$, donné par l'expression (3.50), dans le cas où X_p est donné par :

$$X_p = (D_{p,c}(1, j_{p,c}), D_{p,c}(2, j_{p,c}), \dots, D_{p,c}(E, j_{p,c}))$$

Nous observons dans la figure 3.42, dans le cas des ondes T, une bonne séparation des deux populations, dans la figure 3.41 une séparation moins bonne pour les complexes QRS et dans la figure 3.40 dans le cas des ondes P, les deux populations apparaissent mélangées. Ceux-ci est similaires aux résultats présentés dans les figures 3.37, 3.38 et 3.39. On remarque qu'en utilisant le référence réelle, une séparation plus claire est observée dans le cas des complexes QRS contrairement à ce qui a été trouvé dans la figure 3.28. Ce résultat parait plus logique, le complexe QRS est normalement influencé par le problème généré au niveau des ventricule. Ceci montre que la référence réelle est meilleure que la référence ISA dans le cadre de la classification.

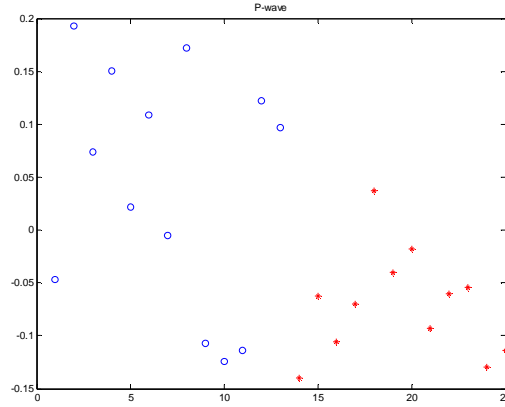


Fig. 40 : $d(p)$ pour les ondes P, en utilisant la différence de forme $D_{p,c}(e, j_{p,c})$

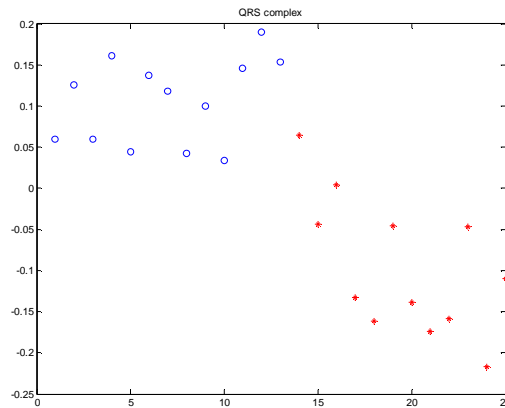


Fig. 41 : $d(p)$ pour les ondes QRS, en utilisant la différence de forme $D_{p,c}(e, j_{p,c})$

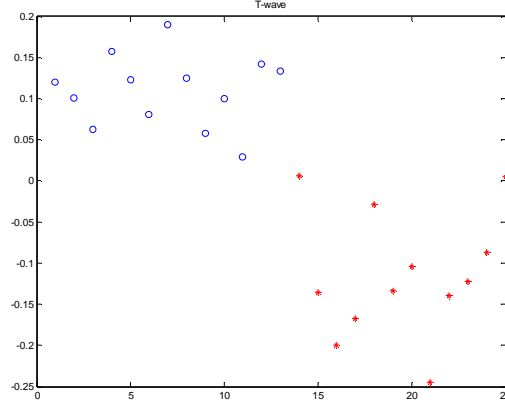


Fig. 42 : $d(p)$ pour les ondes T, en utilisant la différence de forme $D_{p,c}(e, j_{p,c})$

3.6 Le chemin moyen

Pour chaque sujet p et pour chaque colonne c , à chaque signal de référence est associé une position moyenne. Pour le signal ISA, et pour une colonne c , cette position notée $x(c, p)$ est la moyenne des positions des électrodes pondérée par un coefficient de similitude avec le signal ISA. Les poids sont donnés par u_i^* , en utilisant le critère de similarité :

$$u_i^* = (1 - Disa_{p,c}^*(i)) \quad (3.51)$$

et

$$u_i^* = \frac{u_i}{\sum_{j=1}^{Ec} u_j} \quad (3.52)$$

$Disa_{p,c}^*(i)$ est la différence de forme normalisée :

$$Disa_{p,c}^*(i) = \frac{Disa_{p,c}(i)}{\sum_{j=1}^{Ec} Disa_{p,c}(j)} \quad (3.53)$$

En supposant que $\sum_{j=1}^{Ec} Disa_{p,c}(j) \neq 0$:

$$x(c, p) = \sum_{i=1}^{Ec} u_i^* x_i \quad (3.54)$$

avec x_i les positions réelles des électrodes.

Dans le cas où $\sum_{j=1}^{Ec} Disa_{p,c}(j) = 0$, c'est à dire tous les signaux de la même colonne sont de la même forme, la position $x(c, p)$ est simplement donnée par :

$$x(c, p) = \bar{x} = \frac{1}{Ec} \sum_{i=1}^{Ec} x_i \quad (3.55)$$

La séquence de ces positions $x(c, p)$ d'une colonne à une autre constitue le chemin moyen. Nous pouvons également calculer ces positions en utilisant la référence réelle défini au paragraphe 3.5.3. Puisque ce signal de référence est déjà associé à une vraie position d'électrode définie dans (3.34), nous pouvons prendre cette position dans le chemin ou calculer une position moyenne pondérée comme ci-dessus. La moyenne pondérée des positions des électrodes est significative seulement quand il y a plus de deux électrodes par colonne. Sinon, la position est donnée simplement par la position moyenne.

En tenant compte des positions calculées en utilisant l'expression (3.54) pour les deux références, on peut présenter pour toutes les colonnes la valeur moyenne sur tous les sujets de chaque population comme « chemin moyen ». Nous notons que ces positions sont tout à fait identiques et presque égales à la moyenne arithmétique des positions des électrodes. Ainsi, pour examiner l'influence de la référence sur ce chemin, nous avons calculé l'écart type de ces positions pour les ondes P, les complexes QRS et les ondes T et pour les deux populations (sains et des patients) est donné dans le tableau 3. Nous observons que dans le cas du choix d'une onde réelle prise comme référence, les valeurs de l'écart type sont plus élevées que celles trouvées lorsque la moyenne ISA est prise comme référence. Ceci suggère fortement que la moyenne ISA, qui pourrait correspondre au centre de gravité des formes sur une colonne, reste plus stable que l'onde réelle choisie.

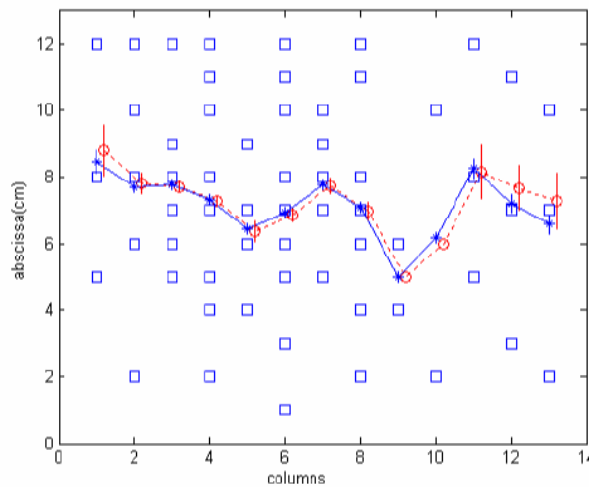


Fig. 3.40 : chemin moyen calculé par rapport à tous les

Nous observons d'après la figure 3.40 que le signal de forme ISA est une bonne référence pour définir un barycentre de forme, comme il était suggéré dans [Rix 2002]. De plus, nous avons pu associer à cette référence synthétique une position qui s'éloigne très peu de la moyenne arithmétique des positions des électrodes et ceci quelque soit l'onde utilisée ou l'état du sujet. Ce résultat qui n'était pas nécessairement prévisible montre que le positionnement des électrodes est adapté à notre calcul du centre de gravité des formes.

colonne	1	2	3	4	5	6	7	8	11	12	13
sd(P/1)S	0.62	0.20	0.13	0.06	0.27	0.12	0.18	0.15	0.95	0.8	0.95
sd(P/2)S	0.24	0.11	0.09	0.05	0.12	0.07	0.07	0.09	0.30	0.32	0.31
sd(P/1) M	0.68	0.24	0.24	0.12	0.32	0.20	0.23	0.27	0.61	0.76	0.91
sd(P/2) M	0.24	0.15	0.11	0.06	0.1	0.1	0.09	0.11	0.24	0.23	0.22
sd(QRS1)S	0.62	0.29	0.15	0.10	0.24	0.12	0.21	0.24	0.77	0.42	0.55
sd(QRS2)S	0.43	0.18	0.09	0.05	0.15	0.07	0.10	0.15	0.30	0.28	0.34
sd(QRS1)M	0.62	0.30	0.15	0.10	0.24	0.13	0.22	0.25	0.80	0.41	0.57
sd(QRS2)M	0.45	0.18	0.08	0.04	0.13	0.07	0.10	0.15	0.31	0.27	0.35
sd(T/1)S	0.80	0.32	0.16	0.11	0.31	0.23	0.20	0.29	0.77	0.83	0.82
sd(T/2)S	0.25	0.20	0.08	0.08	0.12	0.13	0.09	0.16	0.27	0.20	0.22
sd (T/1)M	1.06	0.36	0.14	0.15	0.39	0.22	0.27	0.36	0.88	0.59	1.08
sd (T/2)M	0.27	0.14	0.05	0.10	0.15	0.09	0.11	0.14	0.34	0.21	0.27

Tab 3. : Comparaison de l'écart type (sd) pour les deux références (1: la référence réelle, 2: l'onde ISA), pour les ondes P, les complexes QRS et les onde T pour les deux populations étudiées, les patients (M) sujets sains (S)

Conclusion

Nous avons montré que notre méthode de dispersion de forme peut fournir des informations valables pour le diagnostic des pathologies cardiaques. Deux groupes étudiés de patients ayant eu un IM et de sujets en bonne santé ont été séparés en utilisant la dispersion spatiale des ondes T et sont restés semblables quand les ondes P ou les complexes QRS ont été considérés. Pour confirmer ces résultats encourageants, l'étude devrait être appliquée à des populations plus grandes de patients présentant une pathologie bien définie. Une étude temporelle de la distribution de forme des ondes d'ECG pourrait également être examinée. Une telle étude pourrait être utile en examinant les effets d'un traitement

médical sur la distribution de forme d'ECG. L'analyse de forme n'est pas généralement utilisée pour l'interprétation de l'ECG, en raison de la difficulté pour caractériser une forme. Dans notre étude, nous étions seulement intéressés par la différence de forme. Ainsi une référence est nécessaire pour calculer cette différence de forme. Le concept du centre de gravité des formes n'est toujours pas défini. Nous avons proposé deux références possibles par colonne : une onde réelle choisie et une onde synthétique obtenu par la technique du moyennage (ISA). Nous avons constaté que la dernière est une bonne référence pour étudier la dispersion de forme : d'abord, pour comparer les sujets en bonne santé aux patients et, en second lieu, pour construire le chemin moyen, qui est une bonne représentation du "centre de gravité" des formes des ondes dans chaque colonne. D'ailleurs, les positions associées à ce signal sont très proches de la moyenne arithmétique des positions des électrodes. Ceci prouve la cohérence avec les positions choisies des électrodes et la technique de mesure de la différence de forme. Un résultat qui n'était pas évident a priori est que le chemin moyen reste presque invariable et ne dépend ni du type d'onde (onde P complexe QRS ou onde T), ni de l'état de sujet. Dans nos perspectives nous appliquerons cette méthodologie à la fibrillation auriculaire (FA) à travers l'analyse des ondes P. En observant des résultats précédents en classifiant des formes des ondes P [Rix 2002], notre approche prévoit d'améliorer la séparation du patient avec la FA des sujets en bonne santé.

Conclusion

L'objectif initial de ce travail était l'étude de l'activité cardiaque principalement associée à des troubles de conduction ventriculaire.

Deux types de signaux ont été étudiés. En premier lieu on a cherché à caractériser des épisodes de Fibrillation Ventriculaire courts en estimant une fréquence fondamentale pouvant être accompagnée d'harmoniques. On a montré que l'hypothèse de non stationnarité (fondamentale variable dans le temps) permet d'obtenir une réelle variabilité du fondamental. Ce résultat permet de prévoir que l'application de nos algorithmes à des épisodes plus longs (obtenus en expérimentation animale) permettrait de suivre de façon précise le fondamental en estimant à la fois sa tendance (à comparer aux résultats de la littérature) ainsi que sa variabilité. Un argument supplémentaire pour l'hypothèse « non stationnaire » est la meilleure corrélation obtenue entre la fréquence fondamentale moyenne qui s'en déduit avec la période réfractaire. Cette corrélation est de plus un résultat médical que nous avons démontré expérimentalement pour la première fois chez l'homme.

Dans la deuxième partie, nous nous sommes intéressés à l'étude des formes des ondes ECG recueillies à la surface du corps à l'aide d'un système Haute Résolution à 64 électrodes. Nous avons proposé une approche originale pour extraire une information pertinente à partir de la dispersion spatiale des formes des ondes. Nous avons validé cette approche de dispersion spatiale de forme sur deux types de populations, des sujets sains et des sujets pathologiques ayant eu un Infarctus du Myocarde. Que se soit l'approche locale ou l'approche globale par ACP la séparation des deux groupes est très nette quand on utilise l'onde T. Ce résultat est cohérent avec le diagnostic d'Infarctus du Myocarde qui affecte principalement le ventricule et en particulier la repolarisation. Pour avoir une séparation à partir des QRS, et de façon un peu moins franche à partir de l'onde P, il est nécessaire d'associer les deux approches et de choisir judicieusement les signaux de référence pour le calcul des différences de forme. Ce résultat suggère que l'information associée aux trois types d'ondes pourrait dans certains cas améliorer le pouvoir discriminant.

Bien que les groupes (sains et pathologiques) soient de taille réduite, notre approche de dispersion spatiale des formes d'ondes a pu être validée. Pour en retirer une information dont l'intérêt clinique soit plus évident il serait nécessaire d'étudier des populations à la fois plus étendues et surtout avec des diagnostics plus précis. En effet, ces résultats encourageants nous laissent penser qu'une étude temporelle supplémentaire de la dispersion de formes des ondes ECG (battement par battement) constituera une nouvelle approche pour les mesures de variabilité déjà publiées dans la littérature. Enfin les mêmes approches peuvent s'envisager dans le cas des épisodes de Fibrillation Auriculaire ainsi que dans la dispersion des ondes P en relation avec la prévention de la Fibrillation Auriculaire.

Bibliographie

- [Adam 1984] Adam DR, Smith JM, Akselrod S, et al: Fluctuations in T-wave morphology and susceptibility to ventricular fibrillation. *J Electrocardiol* 1984;17:209-18.
- [Akaike, 1973] H. Akaike, "Information Theory and an Extension of The Maximum Likelihood Principle". 2nd International Symposium of Information Theory. 1973, p.267-281.
- [Ambroggi, 2003] L.De Ambroggi, "T wave Complexity: Diagnostic and Prognostic Significance", *International Journal of Bioelectromagnetism* Vol. 5, No. 1, 2003, pp. 297 - 299
- [Bailon, 2003] R. Bailon, S. Olmos, B. M. Horacek and P. Laguna "Identification of Patient at Risk for Ventricular Tachycardia by means of Body Surface Potential Maps", *Computers in Cardiology*, 2003, 30:217-220.
- [Baitaillou 1994] E. Baitaillou, "Analyse de signaux Transitoires Bruit  s : Traitement sequentiel et traitement vectoriel. Application aux signaux Biom  dicaux", Octobre, 1994.
- [Bernardo, 2002] D. Bernardo, P. Lagley and A. Murray "Effects of changes in heart rate and in action potential duration on the electrocardiogram T wave shape," *Physiol. Meas*, pp. 355-364, 2002.
- [Bohning 1939] Bohning. A, Katz, L, N, Robinow. M, and Gertz. G, "Value and significance of multiple chest leads in man", *Am. Heart J.* 18: 25, 1939.
- [Boashash, 1992] B. Boashash, "Estimating and Interpreting the Instantaneous Frequency of a Signal-Part; Part I: Fundamentals, II: Algorithms", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 80, No. 4, pp. 519-569, April 1992. (This 2 part paper was the first to present a comprehensive and in depth presentation tutorial review of the principles of Instantaneous frequency, and methods for application to engineering problems) .
- [Boudaoud] S. Boudaoud, H. Rix and O. Meste, "Integral Shape Averaging and Structural Average Estimation: A comparative study", *IEEE trans. Signal Processing*, to be published.
- [Brown, 1989] CG Brown, R. Dzwoncyk, H. A Werman, and R. L. Hamlin, "Estimating the duration of ventricular fibrillation, " *Ann. Emerg. Med.*, vol. 18, pp. 1181-1185, 1989.

[Brown 1996] CG Brown, R. Dzwoncyk, "Signal analysis of the human electrocardiogram during ventricular fibrillation: frequency and amplitude parameters as predictors of successful countershock", *Ann Emerg Med.* 1996 Feb;27(2):184-8.

[Carson, 1937] J. Carson and T. Fry , "variable frequency electric circuit theory to the theory of frequency modulation," *Bell System tech. J.*, vol. 16, pp 513-540, 1937.

[Casaleggio, 1996] Casaleggio A, Corana A, Ranjan R and Thakor N V "Dimensional analysis of the electrical activity in fibrillating isolated hearts" 1996 *Int. J. Bifurcation Chos* 6 1547

[Clayton, 1994] Clayton RH, Murray A, Campbell RWF, "Changes in the surface electrocardiogram during the onset of spontaneous ventricular fibrillation in man", *European Heart Journal* 1994; 15:184-188.

[Clayton, 1999] Clayton RH and Murray. A " Linear and non linear analysis of the surface ECG during human ventricular fibrillation shows evidence of order in the underlying mechanism" 1999 *Med. Biol. Eng . Comput* 37 354.

[Cohen, 1983] R.J Cohen, R.D. BERGER, T.E. DUSHANE " A qauntitative model fort he ventricular response during atrial fibrillation" *IEEE Trans Biomedi Engineering* 1983; vol 30, no 12, p 769-780.1

[David, 2003] David. J, Christini, Kenneth. M. Stein, Steven. C. Hao, Steven. M. Markowitz, Suneet Mittal, David. J Slotwiner, Sei Iwai, Mithilesh K. Das and Bruce B. Leman, " Endocardial detection of repolarization alternance", *IEEE Trans. Biomedical Engineering*, Vol.50, no.7, July 2003.

[Doval, 1994] Boris Doval : Estimation de la fréquence fondamentale des signaux sonores, Thèse de doctorat université de Paris, Mars 1994.

[Dzwoncyk, 1990] R. Dzwoncyk, CG Brown, and HA Werman, "The median frequency of ECG during ventricular fibrillation: Its use in an algorithm for estimating the duration of the cardiac arrest, " *IEEE trans. Biomed . Eng.*, vol. 37, pp. 640-645, June 1990.

[Fayn, 1983] Fayn. J et al, "A new methodology for optimal comparison of serial vectocardiograms", *Computer in cardiology*, IEEE 1983.

[Fereniec, 2001] M. Fereniec, M. Kacprzak, R. Maniewski, A. Zbieć, D. Ircha “The 64 channel system for high resolution ECG mapping”, in Proc Computers in Cardiology, 2001, Vol 28, pp. 513-515.

[Fereniec, 2002] M. Fereniec, M. Kacprzak, G. Karpiński, R. Maniewski, G. Opolski and D. Ircha: “Evaluation of T-Wave Morphology in High Resolution ECG Mapping”, Intern. J. of Bioelectromagnetism, Vol .4, No 2, pp.101-102, 2002.

[Ferrari, 1992 a] A.Ferrari “Contribution à l’Etude et au développement de Méthodes « Haute Résolution » en Analyse Spectrale”, Thèse de Doctorat septembre, Université de Nice Sophia Antipolis, 1992.

[Ferrari, 1992 b] A. Ferrari, G. Alengrin, C. Theys, “ Estimation of the fundamental frequency of a noisy sum of cissoids with harmonics related frequencies”, IEEE, EUSIPCO, pp. 517-520, 1992.

[Flowers, 1995] N. Flowers, L. Horan, “Body surface potential mapping,” In: Zipes D, Jalife J, eds. Cardiac electrophysiology. From cell to bedside. Philadelphia, Pa: WB: Saunders, 1995: 1049-1067.

[Fortunato, 2001] E. Fortunato, H. Rix, G. Suisse, O. Meste, “ Combining Time Frequency Representation and Parametric Analysis for The Enhancement of Transients in Sleep Signal”, IEEE-EMBC, 2001, CD-ROM.

[Gabor, 1946] D. Gabor , “Theory of communication”, Proc .IEE, vol. 93 (III), pp. 429-457, 1946

[Grenier, 1983] Y. Grenier, “Time-Dependent ARMA Modelling of Non stationary Signals”, IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. ASSP-31, NO. 4, August 1983.

[Gulrajani, 1998] R. M. Gulrajani, “The forward and inverse problems of electrocardiography,» IEEE Eng. Med Biol Mag, 1998; 17:84-101,122.

[Hall, 1977] M. Hall, A. Willsky and A.V. Oppenheim. "Time-Varying Parametric Modelling of Speech," IEEE Decision and Control Conf, New Orleans, December, 1977 , p. 1085-1091

[Hall, 1983] M. Hall, A. Willsky and A.V. Oppenheim. "Time-Varying Parametric Modeling of Speech" Signal Processing, Vol. 5, No. 3, pp. 267-285, May 1983.

[Händel, 1994] P. Händel, A. Nehorai,” Tracking Analysis of an Adaptive Notch Filter With Constrained Poles and Zeros”, IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol.42, NO.2, February 1994.

[Hubley-Kozey, 1995] C. Hubley-Kozey, L. Mitchell, M. Gardner, J. Warren, C. Penny, E. Smith, B. Horacek. “Spatial Features in Body-Surface Potential Maps Can Identify Patients with a History of Sustained ventricular Tachycardia,” Circulation, Vol 92, pp. 1825-1838, 1995.

[Huiskamp, 1988] G. Huiskamp, A. Van Osterom. “The depolarization sequence of the human heart surface computed from measured body surface potentials,” IEEE Trans Biomed Eng. 1988; 35:1047-5.

[Jekova, 2002] I. Jekova, J. Dushanova and D. Popivanov, “Method for ventricular fibrillation detection in the external electrocardiogram using nonlinear predixction”, Physiol Meas. 2002 May.

[Kay, 1993] Steven M.Kay “Fundamentals of statistical signal processing”. (Vol. 1 : Estimation theory) Prentice Hall International, 1993.

[Kay, 1988] Steven M.Kay “Modern Spectral Estimation”, (Theory and application). Prentice Hall International, 1988.

[Khaddoumi, 2004] B. Khaddoumi, O. Meste and H. Rix, "Spatial variability analysis of ECG mapping: A shape approach", in Proc ISCCSP, 2004, pp. 243-246.

[Kim, 2001] S. Kim And Y. Park, “On-Line Fundamental Frequency Tracking Method For Harmonic Signal And Application TO ANC”, Journal of Sound and Vibration, 2001; 241(4):681–691

[Kornreich, 1997] Kornreich F., “Appropriate electrode placement in evaluating varied cardiac pathology”. In Liebman J (ed) Electrocardiology ‘96. From the cell to the body surface. publ World Scientific 1997: p 83-92.

[Le Duff, 2003] A. LE DUFF, “Contribution à l'estimation paramétrique de signaux à variation sinusoïdale de la fréquence instantanée et à amplitude variable : application à l'anémométrie laser à effet Doppler pour l'acoustique”. Thèse de doctorat (16 juillet 2003), Laboratoire d'Acoustique de l'Université du maine (LAUM) - Ecole Supérieure d'Electronique de l'Ouest (ESEO), UNIVERSITE DU MAINE - LE MANS.

[Lee, 1991] Lee FA, Nehorai A. "An adaptive algorithm for tracking the power spectrum of heart rate variation", *Computers in Cardiology* 1991: 273-276.

[Lee, 1992] FA. Lee, A. Nehorai, "Adaptive Power Spectrum Estimation Algorithm for Heart Rate Variability Analysis", *IEEE* 1992.

[Ljung, 1983] L.Ljung, T. söderström. "Theory and Practice of Recursive Identification, MIT Press, Cambridge MA, 1983.

[Louis, 1991] L.L. Scharf, "The SVD and reduced-rank signal processing," *Signal Processing*, 24, pp. 111-130, November 1991.

[Loughlin, 1997] P. Loughlin, B. Tacer, "Instantaneous frequency and the conditional mean frequency of a signal" Elsevier Science B.V, *Signal Processing*, 1997.

[Masahiko 2003] Masahiko T, Junichi Y. "ve Alternans in high arrhythmic risk patients: analysis in time and frequency domains: a pilot study", *Indian Pacing Electrophysiol. J.* 2003; (2):67

[Meste, 2002] O. Meste, B. Khaddoumi, H. Rix, J.P. Camous. "A comparison study of stationnary and non staionary analysis of signal during ventricular fibrillation", *Proc. of 4th International Workshop on Biosignal Interpretation, BSI 2002, Como, Italy*, pp. 107-110, 24-26 June 2002.

[Meste, 2002] O.Meste, G. Blain, S. Berman "Analysis Of the Respiratory and cardiac Systems coupling in Pyramidal Exercise Using a Time-Varying Model". *Computers in Cardiology*, Memphis, TN, USA, IEEE Computer Soc. Press, p. 429-432, 2002.

[Metse, 2005] O. Meste, B. Khaddoumi, G. Blain, S. Bermond, "Analysis methods and Models for the Respiratory and Cardiac System Coupling in Graded Exercise using a Time –Varying Model", *IEEE Trans. Biomed. Eng.* (à paraître).

[Meyer, 1989] J.-UWE Meyer, P. Burkhard, T.W. SECOMB, and Marcos Intaglietta, "The Prony Spectral Line Estimation (PSLE) Method for Analysis of Vascular Oscillations", *IEEE Trans, on Biomedical Engineering*, Vol.36, No. 9, September 1989.

[Moe, 1964] G.K. Moe. J.A Abildskov, and J. Han, "Factors resposible for the initiation and maintenance of ventricular fibrillation", in *sudden Cardiac Death*, B. S. Surawicz and E. D. Pellegrino, Eds. New Ork : Grune & Stratton, 1964, p.56.

[Murphy, 1995] C.F Murphy, D. J. Dick, S. M. Horner, B. Zhou, F. Harrison, and M. J. Lab, "Load – dependent period-doubling bifurcation in the heart of the anaesthetized pig,"" Chaos, Fractals Solitons, vol. 5, pp. 707-712, 1995.

[Nahun, 1951] L. H. Nahun, A. Mauro, H.M. Chemof, R. S. Sikand, "Instantaneous Equipotential Distribution on Surface of the Human Body for Various Instants in the Cardiac Cycle," J. Appl. Physiol, 1951; 3: 454 -64.

[Nehorai, 1985] A. Nehorai, "A Minimal parameter Adaptive Notch Filter With Constrained Poles and Zeros", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. ASSP-33, NO. 4, August 1985.

[Nehorai, 1986] A. Nehorai, B. Porat, "Adaptive Comb Filtering For Harmonic Signal Enhancement", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. ASSP-34, NO. 5, October 1986.

[Nehorai, 1990] A. Nehorai, D. Starer "Adaptive Pole Estimation", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. 38 May 1990.

[Oficjalska, 1994] OFICJALSKA B., RIX H., CHEVALIER E., FAYN J., VARENNE A.Measuring shape variations of ECG waves through time-frequency representations. In: Holt M.J.J., Cowan C.F.N., Grant P.M. and Sandham W.A.(ed): Proceedings of EUSIPCO-94, Seventh European Signal Processing Conference. Signal Processing VII. Theories and Applications. Lausanne: EURASIP, 1994, p. 70-73.

[Olmos, 1999] S. Olmos and P. Laguna, "Multi-Lead ECG Data Compression with Orthogonal expansions: KLT and Wavelet Packets," in Proc Computers in Cardiology, 1999, Vol 26, pp. 2539-542.

[Olmos, 2002] S. Olmos, J. P. Martinez, L. Sörnmo. "Spatio-Temporal Linear Expansions for Repolarization Analysis," in Proc, Computers in Cardiology, 2002, Vol.29, pp. 689-692.

[Oppenheim 1975] A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer, "Digital signal processing" Prentice Hall, p. 163-165, 1975

[Osman, 2002] AF. Osman , MR. Gold, "T wave alternans for ventricular arrhythmia risk stratification", Curr Opin Cardiol. 2002 Jan;17(1):1-5.

- [Patwardhan, 2000] A Patwardhan, S. Moghe, K Wang, and Fabio Leonelli, "Frequency modulation within electrocardiograms during ventricular fibrillation", *Am J Physiol Heart Circ Physiol* 279: H825-H835, 2000.
- [Porat, 1994] B. Porat, "Digital Processing Of Random Signal", Prentice-Hall, Inc, 1994.
- [Ralph, 1986] Ralph O. Schmidt, "Multiple Emitter Location and Parameter estimation", *IEEE Trans. Antennas propagat.* Vol.AP-34 NO.3p.276280, 1986.
- [Rapp, 1987] P.E Rapp, " Why are so many biological systems periodic?," *Prog. Neurobiol.*, vol. 29, pp. 261-273, 1987.
- [Rix, 1980] H. Rix, and J.P. Malengé, "Detecting small variations in shape," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. 10, pp. 90-96, 1980.
- [Rix, 2002] H. Rix, S. Boudaoud and O. Meste "Clustering Signal Shapes: Application to P-Waves in ECG," in *Proc EMBEC 02*, 2002, pp. 364-365.
- [Rix, 2004] H. Rix, O. Meste, W. Muhammad, "Averaging Signal with Random Time Shift and Time Scale Fluctuations," *Methods of Information in Medicine*, Vol 43, pp.13-16, 2004.
- [Schwarz , 1978] G. Schwarz, "Estimating The dimension of a Model", *The Annals of statistics* 1978, Vol. 6, No. 2, 461-464.
- [Small, 2001] Small M, Yu D, Harrison RG, "Variation in the dominant period during ventricular fibrillation," *IEEE Trans Biomed Eng.* 2001 Sep;48(9):1056-61.
- [Sornmo 1998] Leif Sornmo "Vectorcardiographic loop alignment and morphologic beat-to-beat variability" ", *IEEE trans. Signal Processing* Vol. 45, No. 12, 1998.
- [Starer, 1991] D. Starer and A. Nehorai, "Adaptive Polynomial Factorisation by coefficient Matching", *IEEE Tans, Signal Processing*, Vol 39, No.2, pp 527-530,1991.
- [Stridh, 2003] M. Stridh, "Signal Characterization of Atrial Arrhythmias using the Surface ECG", *Thèse de doctorat*, Univ de Lund, Suède, 2003.
- [Strobach, 1997] P. Strobach, "The Recursive Companion Matrix Root Tracker", *IEEE Tans, Signal Processing*, Vol 45, No.8, pp 19311941-530,1997.

[Strobach, 2000] P. Strobach, "Square-root QR inverse iteration for tracking the minor subspace", IEEE Trans, n Signal, Processing,, Vol 48, No 11, Nov, 2000, p 2994-2999,

[Surawicz, 1978] B. Surawicz, H. Uhley, R. Bornun, M. Laks, L. Revasse, K. Rosen, W. Nelson , W. Mandel, P. Lawrence, L. Jackson, N. Flowers, J. Clifton, J. Greenfield , Jr., and E.O. De Media, "The quest for optimal electrocardiography, Task Force 1: Standardization of terminology and interpretation," Amer. J. Cardiol., vol. 41, pp.130-145, 1978.

[Taccardi, 1962] B. Taccardi "Distribution of heart potentials on dog's thoracic surface," Circ. Res. 1962; 11: 862-9.

[Taccardi, 1963] B. Taccardi, "Distribution of Heart Potentials on the Thoracic Surface of normal human subjects," Circulation Res, pp. 341-352, 1963.

[Taccardi, 2002] "BODY SURFACE AND EPICARDIAL ECG MAPPING: STATE OF THE ART AND FUTURE PERSPECTIVES".Bruno Taccardi , Bonnie B Punske Nora Eccles Harrison International Journal of BioelectromagnetismVol. 4, No. 2, 2002pp. 91 - 94

[Tacer, 1995] B. Tacer, P. Loughlin, "Instantaneous frequency and time-frequency distributions", IEEE Proc. Internat. Conf. Acoust. Speech Signal Process.'95, 1995, pp 1030-1016.

[Thakor, 1990] + Thakor. N. V, Zhu Y. S and K.Y "Ventricular tachycardia and fibrillation detection by a sequential hypothesis testing algorithm 1990 IEEE Trans Biomed . Eng 37 837-43

[Van der Pol, 1946] B. Van der Pol, "the fundamental principles of frequency modulation", Pro. IEE, vol 93 (III), pp 153-158,1946

[Ville, 1948] J. Ville, " Théorie et application de la notion de signal analytique câbles et Transmissions", vol. 2A(1), pp. 61-74, Paris, France, 1948.

[Waller, 1889] A. D. Waller, "On the electromotive changes connected with the beat of the mammalian heart and of the human heart in particular," Philos Trans R Soc. 1889;B 180, pp. 169-194.

[Wang, 1998] Lexin Wang, Chuan Yong L., AC Yong, and David Kilpatrick "Fast Fourier Transform Analysis of Ventricular Fibrillation Intervals to Predict Ventricular Refractoriness and Its Spatial Dispersion", PACE, Vol. 21, pp.2588-2595, 1998.

[Wang, 1999] Wang, K, and Gasser, T., Synchronizing sample curves non-parametrically, The Annals of Statistics, 27, 439-460, 1999.

[Wang 1997] Wang, K., and Gasser, T., Alignment of curves by dynamic time warping, The Annals of Statistics, 25, 1251-1276, 1997.

[Weaver, 1985] W.D . Weaver, L. A. Cobb, D. Dennis, R. Roberta, H. P . Alfred, and C. K. Copass, “Amplitude of ventricular fibrillation waveform and outcome after cardiac arrest”, Ann. Intern. Med., vol . 102, pp. 53-55, 1985.

[Wrya 2001] W. Muhammad, Estimation de retards, de facteurs d’échelles et de variations de forme de signaux vectoriels: application aux signaux biomédicaux, thèse de doctorat, Univ. Nice Sophia Antipolis, France, 2001.

[Yakaitis, 1980] R. W. Yakaitis, G. A. Ewy, C. W. Otto, D . I. Taren, and T. E. Moon, “Influence of time and therapy on ventricular fibrillation in dogs, Crit. Care Med., vol. 8, pp. 157-163, 1980.

[Zipes, 2000] D. Zipes, J. Jalife, “Cardiac Electrophysiology, From Cell to Bedside”. 2000, W.B Saunders Company, Philadelphia, USA